

4. «Interacción Electromagnética»

4.1 Interacción eléctrica. Ley de Coulomb

4.2 Campo y potencial eléctrico. Líneas del campo eléctrico y superficies equipotenciales. Energía potencial eléctrica. Campo y potencial eléctrico de una distribución de cargas puntuales. Trabajo necesario para establecer una distribución de cargas.

4.3 Ley de Gauss para el campo eléctrico. Ejemplos de aplicación de la ley de Gauss. Movimiento de cargas en un campo eléctrico.

4.4 Campo eléctrico en la materia: conductores y dieléctricos. Influencia del medio en la interacción eléctrica: permitividad y constante dieléctrica.

4.5 Capacidad de un conductor. Condensadores. Energía almacenada en un condensador cargado. Asociación de condensadores: serie y paralelo.

4.6 Estudio comparativo de los campos gravitatorio y eléctrico.

Problemas de interacción eléctrica

4.7 Interacción electromagnética. Origen del campo magnético.

4.8 Efectos del campo magnético.

4.9 Dipolos magnéticos.

4.10 Análisis comparativo entre las interacciones eléctrica y magnética entre dos cargas en movimiento relativo.

4.11 Ecuación del campo magnético producido por un hilo conductor por el que pasa una corriente eléctrica.

4.12 Relación entre el campo magnético de una corriente y el campo magnético de una carga en movimiento.

4.13 Ley de Ampère. Aplicaciones de la ley de Ampère.

4.14 Comparación entre el campo eléctrico y el magnético estacionario.

4.15 Fuerzas entre corrientes. Definición de ampère o amperio.

Problemas de interacción electromagnética

4.16 Inducción electromagnética. Ley de Lenz-Faraday. Ley de Faraday-Henry de la inducción electromagnética. Enunciado e interpretación de la ley de Lenz.

4.17 Campos inducidos. Teoría de Maxwell. Ecuaciones de Maxwell

4.18 Generadores de corriente alterna.

4.19 Autoinducción e inducción mutua. Transformadores. Energía almacenada en una bobina. Detectores de metales.

4.20 Cuestiones y Problemas propuestos de interacción electromagnética.

Problemas de inducción electromagnética

4.1 Interacción eléctrica. Ley de Coulomb

El origen de la interacción eléctrica son las cargas eléctricas. Los aspectos más importantes son:

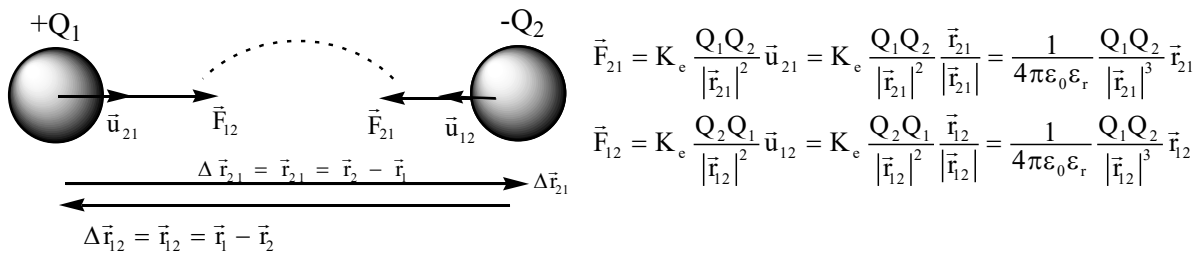
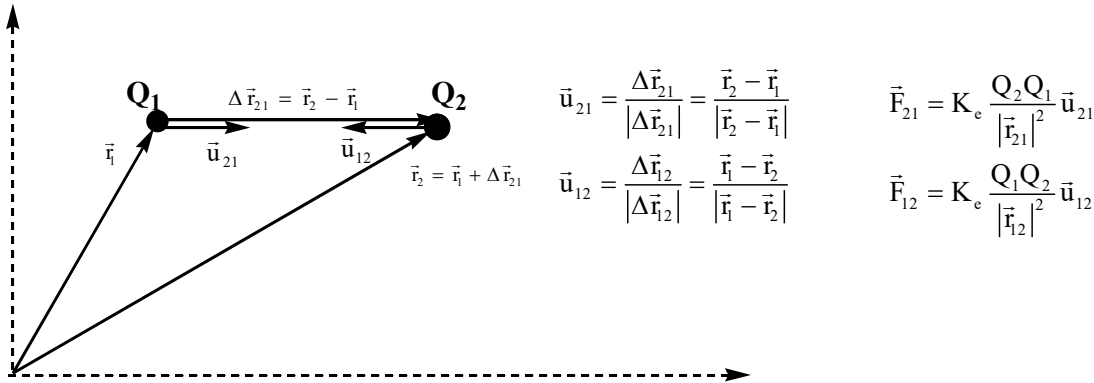
Existen dos tipos de cargas eléctricas, positiva y negativa, y hay dos tipos de interacción, atractiva y repulsiva. La interacción atractiva se produce entre las cargas de distinto tipo (q_+ y q_-) y la interacción repulsiva entre las cargas del mismo tipo. Las cargas eléctricas son de naturaleza escalar y aditivas.

En cuanto a la *cuantificación de la carga eléctrica*, se ha observado que en la Naturaleza todas las cargas son múltiplos de la carga elemental del electrón ($q_e = -1,6 \cdot 10^{-19}$ C). La *conservación de la carga* es un principio a considerar, ya que la carga eléctrica se puede mover a través de un objeto, pasar de un objeto a otro pero no se destruye.

Ley de Coulomb: Charles Augusto Coulomb (1736-1806) realizó una serie de experimentos para determinar la interacción entre dos cargas puntuales y llegó a la siguiente expresión, conocida como **ley de Coulomb:** «*La interacción eléctrica entre dos partículas cargadas, en reposo o en movimiento relativo muy lento, es directamente proporcional al producto del valor de sus cargas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa, su dirección es a lo largo de la línea que une las dos carga, y la interacción depende siempre del medio*».

$$\vec{F}_e = K_e \frac{Q_1 Q_2}{|\vec{r}|^2} \vec{u}_r = K_e \frac{Q_1 Q_2}{|\vec{r}|^3} \vec{r} \quad \left\{ K_e = \frac{1}{4\pi\epsilon} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 \epsilon_r} \right\} \left\{ \vec{u}_r = \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|} = \frac{r_x \vec{i} + r_y \vec{j} + r_z \vec{k}}{\sqrt{r_x^2 + r_y^2 + r_z^2}} \right\}$$

Sean dos cargas: Q_1 y Q_2 , de vectores de posición $\vec{r}_1 = r_{1x} \vec{i} + r_{1y} \vec{j}$; $\vec{r}_2 = r_{2x} \vec{i} + r_{2y} \vec{j}$. La distancia que separa las dos cargas es: $|\Delta\vec{r}_{21}| = |\vec{r}_2 - \vec{r}_1| = |\Delta\vec{r}_{12}| = |\vec{r}_1 - \vec{r}_2|$.



La fuerza F_{21} , aplicada sobre Q_2 , es la que ejerce la carga Q_1 sobre la carga Q_2 , es decir, la fuerza que siente Q_2 debida a Q_1 . De igual forma, la fuerza F_{12} , aplicada sobre Q_1 es debida a la carga Q_2 . Las dos fuerzas son iguales y de sentido opuesto $\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}$.

$$\vec{F}_{21} = K_e \frac{Q_1 Q_2}{|\vec{r}_{21}|^2} \vec{u}_{21} = K_e \frac{Q_1 Q_2}{|\vec{r}_{21}|^2} \frac{\vec{r}_{21}}{|\vec{r}_{21}|} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 \epsilon_r} \frac{Q_1 Q_2}{|\vec{r}_{21}|^3} \vec{r}_{21} \quad \left\{ \vec{u}_{21} = \frac{\Delta\vec{r}_{21}}{|\Delta\vec{r}_{21}|} = \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|} = \frac{(r_{2x} - r_{1x}) \vec{i} + (r_{2y} - r_{1y}) \vec{j}}{\sqrt{(r_{2x} - r_{1x})^2 + (r_{2y} - r_{1y})^2}} \right\}$$

$$\vec{F}_{12} = K_e \frac{Q_2 Q_1}{|\vec{r}_{12}|^2} \vec{u}_{12} = K_e \frac{Q_2 Q_1}{|\vec{r}_{12}|^2} \frac{\vec{r}_{12}}{|\vec{r}_{12}|} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 \epsilon_r} \frac{Q_1 Q_2}{|\vec{r}_{12}|^3} \vec{r}_{12} \quad \left\{ \vec{u}_{12} = \frac{\Delta\vec{r}_{12}}{|\Delta\vec{r}_{12}|} = \frac{\vec{r}_1 - \vec{r}_2}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|} = \frac{(r_{1x} - r_{2x}) \vec{i} + (r_{1y} - r_{2y}) \vec{j}}{\sqrt{(r_{1x} - r_{2x})^2 + (r_{1y} - r_{2y})^2}} \right\}$$

Las propiedades eléctricas del medio se expresan por la constante $K_e = (4 \cdot \pi \cdot \epsilon)^{-1}$, siendo ϵ un parámetro llamado la permitividad y su valor depende de las propiedades eléctricas del medio. Siendo $\epsilon = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r$, que es igual al producto de la permitividad del vacío ϵ_0 por la constante dieléctrica del medio ϵ_r .

El valor de la permitividad del vacío es: $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m} = \text{C}/(\text{V} \cdot \text{m}) = \text{C}^2/(\text{N} \cdot \text{m}^2)$. Por lo que el valor de la constante en el vacío: $K_e(\text{vacío}) = (4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0)^{-1} = 9,0 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$. El valor de la constante dieléctrica del medio (ϵ_r) varía desde 1, en el vacío, hasta 310 en el titanato de estroncio, siendo para el agua a 25°C igual a 78,5.

4.2 Campo y potencial eléctrico

Campo eléctrico creado por una carga puntual Q:

Existe un campo eléctrico en una región del espacio si al colocar una carga eléctrica ésta experimenta una fuerza eléctrica. La **intensidad del campo eléctrico creado por la carga puntual Q**, en reposo, en un punto del espacio es una magnitud vectorial definida por

$$\vec{E} = \lim_{q \rightarrow 0} \frac{\vec{F}_{\text{sobre-}q}}{q} = K_e \frac{Q}{r^2} \vec{u}_r \quad \left(\frac{N}{C} \equiv \frac{V}{m} \right)$$

La intensidad del campo eléctrico creado por una carga Q, en un punto del espacio, depende del vector de posición de dicho punto, por lo que **el campo eléctrico es un campo conservativo**. Para demostrarlo hemos de comprobar que **la circulación del campo eléctrico no depende de la trayectoria elegida sino solamente de los puntos inicial y final**. Por tanto, al ser el campo eléctrico conservativo en cada punto del campo eléctrico podemos definir una magnitud escalar llamada **potencial eléctrico**, que se relaciona con la intensidad del campo eléctrico.

$$C = \int_i^f \vec{E} \cdot d\vec{r} = \int_i^f K_e \frac{Q}{r^2} \vec{u}_r \cdot d\vec{r} = \left[-K_e \frac{Q}{r} \right]_i^f = - \left(K_e \frac{Q}{r_f} - K_e \frac{Q}{r_i} \right) = - (V_f - V_i) = -\Delta V_e$$

$$C = \oint \vec{E} \cdot d\vec{r} = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} \vec{E} \cdot d\vec{r} = -dV_e \\ \vec{E} = -\vec{\nabla}V \end{array} \right. \quad C = \int_i^f \vec{E} \cdot d\vec{r} = \int_i^f -dV_e = -[V_e]_i^f = - (V_f - V_i) = -\Delta V_e$$

$$V_e = K_e \frac{Q}{r} \text{ voltios (V)}$$

$$\vec{E} = -\frac{dV_e}{d\vec{r}} \left(\frac{V}{m} \right)$$

$$V_e = K_e \frac{Q}{r}$$

$$E = -\frac{dV_e}{dr} = -\frac{d}{dr} \left(\frac{K_e Q}{r} \right) = -\frac{r \cdot 0 - K_e Q \cdot 1}{r^2} = K_e \frac{Q}{r^2}$$

Líneas del campo eléctrico y superficies equipotenciales:

Las líneas del campo eléctrico creado por una carga positiva son líneas radiales dirigidas en el sentido de alejamiento de la carga. Las líneas del campo eléctrico representan la dirección hacia donde se movería una carga positiva colocada en el campo. Por cada punto del campo solamente pasa una línea. Para ver el campo eléctrico dibujamos las líneas del campo eléctrico, que son líneas imaginarias que se caracterizan por:

1. La tangente a cada línea en cualquier punto está en la dirección del campo eléctrico en aquel punto.
2. En la zona donde el campo eléctrico es mayor las líneas del campo eléctrico están más próximas.
3. Las líneas del campo parten sobre una carga positiva y terminan sobre una carga negativa.
4. Las líneas del campo no pueden cruzarse.

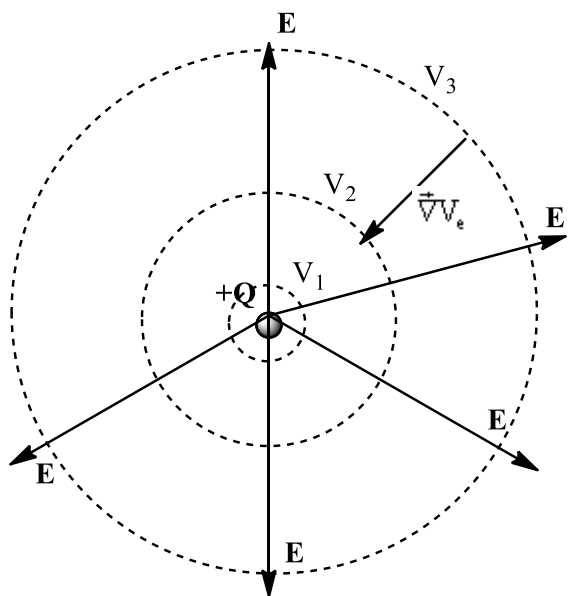
Además, al ser un campo conservativo, cada punto del campo eléctrico lleva asociado un escalar llamado potencial eléctrico, que se relaciona con la intensidad del campo:

$$\vec{E} \cdot d\vec{r} = -dV_e = -\vec{\nabla}V_e \cdot d\vec{r} \quad \left\{ \begin{array}{l} V_e = K_e \frac{Q}{r} \\ \vec{E} = -\vec{\nabla}V \end{array} \right.$$

$$E = -\frac{dV_e}{dr} = -\frac{d}{dr} \left(\frac{K_e Q}{r} \right) = -\frac{r \cdot 0 - K_e Q \cdot 1}{r^2} = K_e \frac{Q}{r^2}$$

Por lo que los puntos equidistantes de la carga Q tienen el mismo valor potencial eléctrico. Representando, su unión, una superficie equipotencial. El gradiente del potencial eléctrico, $\vec{\nabla}V_e$, nos da la dirección espacial de aumento máximo del potencial eléctrico. Si el campo está creado por una carga positiva el gradiente

se dirige hacia la carga, y la intensidad del campo eléctrico en sentido contrario, es decir, de alejamiento de la carga.

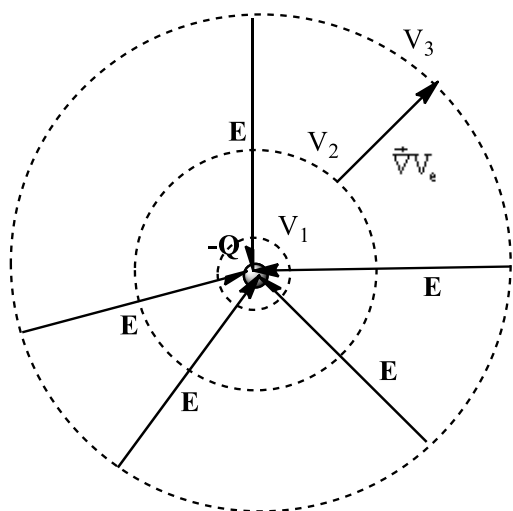


$$\vec{E} \cdot d\vec{r} = -dV_e = -\vec{\nabla}V_e \cdot d\vec{r} \quad \{\vec{E} = -\vec{\nabla}V\}$$

$$V_e = K_e \frac{Q}{r}$$

$$E = -\frac{dV_e}{dr} = -\frac{d}{dr} \left(\frac{K_e Q}{r} \right) = -\frac{r \cdot 0 - K_e Q \cdot 1}{r^2} = K_e \frac{Q}{r^2}$$

$$V_1 > V_2$$



$$\vec{E} \cdot d\vec{r} = -dV_e = -\vec{\nabla}V_e \cdot d\vec{r} \quad \{\vec{E} = -\vec{\nabla}V\}$$

$$V_e = K_e \frac{(-Q)}{r}$$

$$E = -\frac{dV_e}{dr} = -\frac{d}{dr} \left(\frac{K_e (-Q)}{r} \right) = -\frac{r \cdot 0 - K_e (-Q) \cdot 1}{r^2} = K_e \frac{(-Q)}{r^2}$$

$$V_1 < V_2$$

Energía potencial eléctrica: Si colocamos una carga eléctrica, q, en un punto del espacio, en el que existe un campo eléctrico, experimenta una fuerza eléctrica que viene dada por $\vec{F}_e = q\vec{E}$. Al ser el campo eléctrico conservativo, **la fuerza eléctrica también es conservativa**. Por tanto, podemos definir en cada punto del campo eléctrico en el que coloquemos una carga q una magnitud escalar llamada energía potencial del campo eléctrico asociada a la carga. Si el campo eléctrico está creado por una carga Q, vendrá expresada:

$$C = \oint \vec{E} \cdot d\vec{r} = 0 \Rightarrow \begin{cases} C = \int_i^f \vec{E} \cdot d\vec{r} = \int_i^f K_e \frac{Q}{r^2} \vec{u}_r \cdot d\vec{r} = \left[-K_e \frac{Q}{r} \right]_i^f = -\left(K_e \frac{Q}{r_f} - K_e \frac{Q}{r_i} \right) = -\Delta V_e \\ C = \int_i^f \vec{E} \cdot d\vec{r} = \int_i^f -dV_e = -[V_e]_i^f = -(V_{e(f)} - V_{e(i)}) = -\Delta V_e \end{cases}$$

$$W_{\text{por-campo}} = \oint \vec{F}_e \cdot d\vec{r} = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} \vec{E} \cdot d\vec{r} = -dV \\ q\vec{E} \cdot d\vec{r} = -qdV \\ \vec{F}_e \cdot d\vec{r} = -dE_{p(e)} \end{array} \right\} \quad \left\{ \begin{array}{l} W_{\text{por-campo}} = \int_i^f \vec{F}_e \cdot d\vec{r} = \int_i^f -dE_{p(e)} = -[E_{p(e)}]_i^f = -\Delta E_{p(e)} \\ W_{\text{por-campo}} = \Delta E_c = -\Delta E_{p(e)} = -q\Delta V \end{array} \right.$$

La variación de energía potencial eléctrica al cambiar de posición la carga q es igual al producto del valor de la carga q por la variación del potencial eléctrico entre esos dos puntos:

$$W_{\text{por-campo}} = \Delta E_c = -\Delta E_{p(e)} = -q\Delta V_e$$

Campo eléctrico creado por una distribución de cargas puntuales:

Si tenemos una distribución de cargas puntuales ($Q_1, Q_2, Q_3, \dots, Q_n$), para calcular el campo eléctrico en un punto del espacio aplicamos el **principio de superposición**: «La intensidad del campo eléctrico, producido por un conjunto discreto de cargas puntuales, en un punto del campo, es la suma vectorial de los campos eléctrico debidos a cada una de las cargas en ese mismo punto».

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots = K_e \frac{Q_1}{r_1^2} \vec{u}_{r_1} + K_e \frac{Q_2}{r_2^2} \vec{u}_{r_2} + \dots = \sum_{i=1}^n K_e \frac{Q_i}{r_i^2} \vec{u}_{r_i}$$

La fuerza que siente una carga q colocada en el punto del espacio donde la intensidad del campo eléctrico es viene dada por: $\vec{F} = q \cdot \vec{E}$.

El potencial eléctrico, en un punto del espacio, debido a un conjunto discreto de cargas puntuales, es la suma escalar de los potenciales eléctricos debidos a cada una de las cargas en ese mismo punto:

$$V_e = V_1 + V_2 + \dots = K_e \frac{Q_1}{r_1} + K_e \frac{Q_2}{r_2} + \dots = \sum_{i=1}^n K_e \frac{Q_i}{r_i}$$

La energía potencial de una carga q colocada en el punto del espacio donde el potencial eléctrico es V_e viene dada por: $E_{p(e)} = q \cdot V_e$.

El trabajo que realiza la fuerza eléctrica para trasladar una carga q desde un punto P_1 a otro P_2 dentro del campo eléctrico:

$$W_{\text{por-campo}} = -\Delta E_{p(e)} = -q\Delta V_e = -q(V_{e(P_2)} - V_{e(P_1)})$$

Siendo:

$$V_{e(P_2)} = V_1 + V_2 + \dots = K_e \frac{Q_1}{r_1} + K_e \frac{Q_2}{r_2} + \dots \quad \left\{ \begin{array}{l} V_{e(P_1)} = V_1 + V_2 + \dots = K_e \frac{Q_1}{r_1} + K_e \frac{Q_2}{r_2} + \dots \end{array} \right.$$

Trabajo necesario para establecer una distribución de cargas:

Cuando traemos una carga puntual q desde una zona alejada a una región donde hay otras cargas debemos hacer un trabajo contra el campo eléctrico creado por las otras cargas. El trabajo realizado se almacena como energía potencial electrostática, por lo que la energía potencial electrostática de un sistema de cargas es el trabajo total necesario para ensamblar el sistema.

$$W_{\text{contra-campo}} = \Delta E_{p(e)} = q\Delta V = -W_{\text{por-campo}}$$

Sea una carga puntual q_1 en posición (0;0), el potencial en punto r_2 es: $V_{21} = K_e \frac{q_1}{r_2}$.

Si traemos una segunda carga q_2 desde una distancia infinita a la posición r_2 , debemos realizar un trabajo contra el campo eléctrico:

$$W_{2(\text{contra-campo})} = \Delta E_{p(e)} = E_{p(21)} - 0 = q_2 V_{21} - 0 = q_2 K_e \frac{q_1}{r_{21}} = K_e \frac{q_2 q_1}{r_{21}}.$$

Si traemos una tercera carga q_3 desde una distancia infinita a la posición r_3 , debemos realizar un trabajo contra el campo eléctrico producido por q_1 y q_2 :

$$W_{3(\text{contra-campo})} = \Delta E_{p(3)} = E_{p(31)} + E_{p(32)} - 0 = q_3 (V_{31} + V_{32}) = q_3 \left(K_e \frac{q_1}{r_{31}} + K_e \frac{q_2}{r_{32}} \right) = K_e \frac{q_3 q_1}{r_{31}} + K_e \frac{q_3 q_2}{r_{32}}$$

El trabajo total requerido para ensamblar las tres cargas es la energía potencial del sistema de tres cargas:

$$W_{\text{neto}(\text{contra-campo})} = W_2 + W_3 = E_{p(21)} + E_{p(31)} + E_{p(32)} = q_2 V_{21} + q_3 V_{31} + q_3 V_{32}$$

$$W_{\text{neto}(\text{contra-campo})} = \Delta E_{p(e)} = E_{p(21)} + E_{p(31)} + E_{p(32)} = q_2 V_{21} + q_3 V_{31} + q_3 V_{32}$$

Siendo la energía potencial electrostática de un sistema de cargas puntuales igual al trabajo necesario para traer las cargas desde una separación infinita a sus posiciones finales.

Si hacemos la siguiente consideración:

$$\Delta E_{p(e)} = E_{p(21)} + E_{p(31)} + E_{p(32)} = \frac{1}{2} (E_{p(12)} + E_{p(13)} + E_{p(23)} + E_{p(21)} + E_{p(31)} + E_{p(32)})$$

$$\Delta E_{p(e)} = \frac{1}{2} \left[(E_{p(12)} + E_{p(13)}) + (E_{p(21)} + E_{p(23)}) + (E_{p(31)} + E_{p(32)}) \right]$$

$$\Delta E_{p(e)} = \frac{1}{2} \left[q_1 \left(K_e \frac{q_2}{r_{12}} + K_e \frac{q_3}{r_{13}} \right) + q_2 \left(K_e \frac{q_1}{r_{21}} + K_e \frac{q_3}{r_{23}} \right) + q_3 \left(K_e \frac{q_1}{r_{31}} + K_e \frac{q_2}{r_{32}} \right) \right]$$

$$\Delta E_{p(e)} = \frac{1}{2} \left[q_1 (V_{12} + V_{13}) + q_2 (V_{21} + V_{23}) + q_3 (V_{31} + V_{32}) \right] = \frac{1}{2} [q_1 V_1 + q_2 V_2 + q_3 V_3] = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n q_i V_i$$

Se demuestra que la energía potencial electrostática de un sistema de n cargas puntuales q_i es igual a la mitad de la suma de los productos de cada carga q_i por el potencial eléctrico, debido a todas las otras cargas, en la posición de la carga q_i :

$$\boxed{\Delta E_{p(e)} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n q_i V_i}$$

4.3 Ley de Gauss para el campo eléctrico

La ley de Gauss para el campo eléctrico nos permite deducir los campos eléctricos, con un alto grado de simetría, por la distribución de la carga. La ley de Gauss y la ley de Coulomb son equivalentes en el sentido de que cada una se puede derivar de la otra.

La ley de Gauss relaciona el flujo total de un campo eléctrico a través de una superficie cerrada (superficie Gaussiana) con la carga neta, q_{neta} , que está dentro de dicha superficie.

Enunciado de la **ley de Gauss**:

«El flujo total de un campo eléctrico, $\Phi = \oiint \vec{E} \cdot d\vec{S}$, a través de una superficie cerrada (superficie Gaussiana) es igual a la carga neta, q_{neta} , que está en el interior de dicha superficie dividido por la permitividad del vacío $\Phi = \frac{q_{\text{neta}}}{\epsilon_0}$.»

$$\Phi = \oiint \epsilon_0 \vec{E} \cdot d\vec{S} = \sum_{\substack{\text{todas } q_i \\ \text{dentro de } S}} q_i = q_{\text{neta}} \Rightarrow \boxed{\Phi = \oiint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q_{\text{neta}}}{\epsilon_0}}$$

El flujo total de las líneas del campo eléctrico, a través de una superficie Gaussiana, nos mide la cantidad de líneas del campo que pasa a través de dicha esa superficie. El flujo puede ser cero, positivo o negativo.

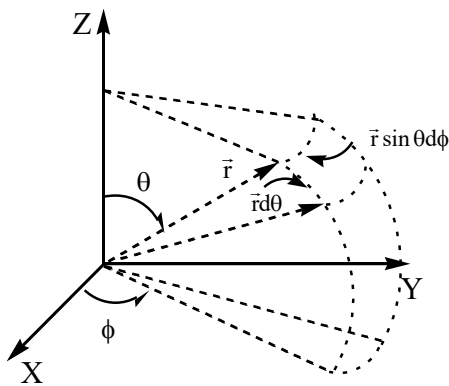
1. Si el flujo es cero, quiere decir que entran en la superficie Gaussiana el mismo número de líneas del campo que salen. Es decir, que en el interior de la superficie la q_{neta} es cero (o no hay cargas o la suma de las positivas y negativas es cero).
2. Si el flujo es positivo, o mayor que cero, quiere decir que salen de la superficie Gaussiana más líneas del campo que entran. Es decir, que en el interior de la superficie la q_{neta} es mayor que cero o positiva.
3. Si el flujo es negativo, quiere decir que salen menos líneas del campo que entran. Es decir, que en el interior de la superficie Gaussiana la q_{neta} es menor que cero o negativa.

Determinación del flujo total a través de una superficie Gaussiana:

$$\boxed{\Phi = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \vec{E}_i \cdot d\vec{S}_i = \oiint \vec{E} \cdot d\vec{S}}$$

Superficie cerrada: $\Phi = \oiint \vec{E} \cdot d\vec{S}$ $\left\{ \begin{array}{l} \text{arco}(s): ds = r d\theta; \\ \text{superficie}(S): dS = r^2 d\Omega \text{ (sr)}; \\ \text{superficie de esfera}(r = a): S = a^2 4\pi \end{array} \right\}$

$$\boxed{\Phi_{\text{esfera}} = \iint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \iint_S \vec{E} \cdot \vec{n} dS = \iint_S \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{u}_r \cdot \vec{n} dS = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \iint_S \frac{1}{a^2} dS = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \iint_S \frac{1}{a^2} a^2 d\Omega = \frac{Q}{\epsilon_0}}$$



$$d\Phi = \vec{E} \cdot d\vec{S} = \left(\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{u}_r \right) \cdot (rd\theta \cdot r \sin \theta d\phi \cdot \vec{u}_r)$$

$$d\Phi = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \sin \theta d\theta d\phi \quad \left\{ \begin{array}{l} \Phi = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \int_0^\pi \sin \theta d\theta \int_0^{2\pi} d\phi \\ \Phi = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} [-\cos \theta]_0^\pi [\phi]_0^{2\pi} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} 4\pi = \frac{Q}{\epsilon_0} \end{array} \right.$$

$$d\Phi = \vec{E} \cdot d\vec{S} = \left(\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{u}_r \right) \cdot (rd\theta r \sin \theta d\phi \vec{u}_r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \sin \theta d\theta d\phi$$

$$\boxed{\Phi = \oiint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \int_0^\pi \sin \theta d\theta \int_0^{2\pi} d\phi = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} [-\cos \theta]_0^\pi [\phi]_0^{2\pi} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} 4\pi = \frac{Q}{\epsilon_0}}$$

Aplicación del teorema de la divergencia: El teorema de la divergencia relaciona una integral de superficie con una integral de volumen. Enunciado: Sea S una superficie que envuelve a un espacio tridimensional de volumen V, entonces se cumple que:

$$\Phi = \oiint_S \epsilon_0 \vec{E} \cdot \vec{n} dS = \lim_{\substack{N \rightarrow \infty \\ \Delta V_n \rightarrow 0}} \sum_{n=1}^{\infty} (\vec{\nabla} \cdot \epsilon_0 \vec{E}) \Delta V_n = \iiint_V \vec{\nabla} \cdot (\epsilon_0 \vec{E}) dV, \text{ donde } \vec{n} \text{ es el vector unitario normal a } S$$

desde dentro a fuera desde V. Si consideramos la densidad de carga dentro del volumen V: $q = \iiint_V \rho dV$

$$\Phi = \oiint_S \epsilon_0 \vec{E} \cdot \vec{n} dS = \iiint_V \vec{\nabla} \cdot (\epsilon_0 \vec{E}) dV \Rightarrow \Phi = \oiint_S \epsilon_0 \vec{E} \cdot \vec{n} dS = q = \iiint_V \rho dV = \iiint_V \vec{\nabla} \cdot (\epsilon_0 \vec{E}) dV$$

$$\vec{\nabla} \cdot (\epsilon_0 \vec{E}) = \rho \Rightarrow \vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho_{\text{neto}}$$

Ejemplos de aplicación de la ley de Gauss:

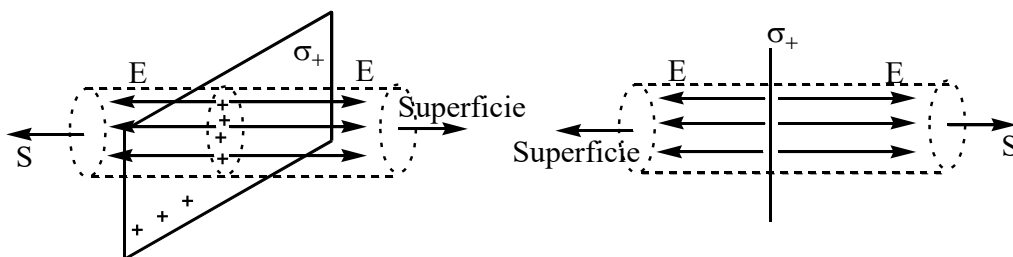
1º) Campo eléctrico producido por la superficie de un conductor metálico plano cargado positivamente y uniformemente por toda la superficie, con una determinada densidad superficial de carga, $\sigma = q/S$, que es la relación entre exceso de la carga total sobre la superficie y la superficie del plano.

Consideramos, como superficie Gaussiana, un cilindro de bases superficiales, S, cuyo punto medio está en la superficie plana del conductor, y el flujo total por las dos bases (superficies) del cilindro será:

$$\Phi_{\text{total}} = \oiint \vec{E} \cdot d\vec{S} = E \cdot S + E \cdot S = 2ES = \frac{q_{\text{superficie}}}{\epsilon_0} = \frac{\sigma S}{\epsilon_0} \quad \boxed{E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}}$$

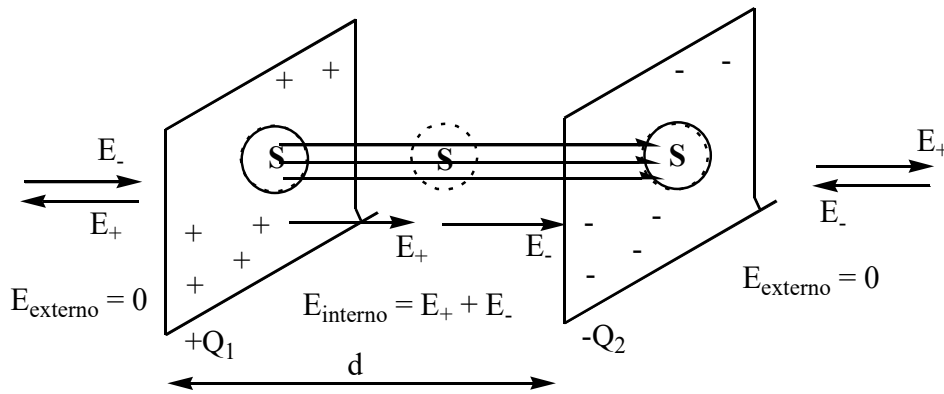
$$\vec{E} \cdot d\vec{r} = -dV \Rightarrow E \cdot \Delta r \cdot \cos 0^\circ = -(V_2 - V_1) \Rightarrow \boxed{E \cdot (r_2 - r_1) = V_1 - V_2 = \Delta V_e} \quad \{V_1 > V_2\}$$

El campo eléctrico es independiente de la distancia al plano y es por tanto uniforme.



2º) Campo eléctrico producido por dos placas metálicas cargadas uniformemente y de superficies planas y paralelas, una placa cargada positivamente $\sigma_+ = q_+/S$ y la otra negativamente $\sigma_- = q_-/S$, siendo $|\sigma_+| = |\sigma_-| = \sigma$. Distinguimos la zona interna entre las dos placas y la externa a las placas.

Consideramos la superficie Gaussiana en forma de cilindro, de bases S, en la zona entre los dos planos paralelos en la que los campos eléctricos (el de la positiva y el de la negativa) tienen la misma dirección y sentido, luego el flujo a través de la zona media del cilindro será la suma de flujo de la positiva y de la negativa:



La dirección del campo eléctrico, E, va desde placa positiva (σ_+) hacia la negativa (σ_-):

$$\vec{E}_{\text{interno-placas}} = \vec{E}_+ + \vec{E}_-$$

$$|\vec{E}_{\text{interno-placas}}| = |\vec{E}_+| + |\vec{E}_-| = \frac{|\sigma_+|}{2\epsilon_0} + \frac{|\sigma_-|}{2\epsilon_0} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} + \frac{\sigma}{2\epsilon_0} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

$$\vec{E}_{\text{externo-placas}} = \vec{E}_+ + \vec{E}_-$$

$$|\vec{E}_{\text{externo-placas}}| = |\vec{E}_+| - |\vec{E}_-| = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} - \frac{\sigma}{2\epsilon_0} = 0$$

La diferencia de potencial entre las placas $\Delta V = V_- - V_+ = -E \cdot d$:

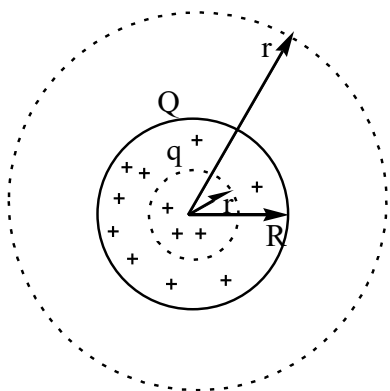
$$\vec{E} \cdot \Delta \vec{r} = -\Delta V \Rightarrow E_x \cdot \Delta r_x = -(V_- - V_+) = V_+ - V_- \Rightarrow V_+ - V_- = E \cdot d$$

3º) Campo eléctrico debido a una distribución de carga esférica, Q, de radio R:

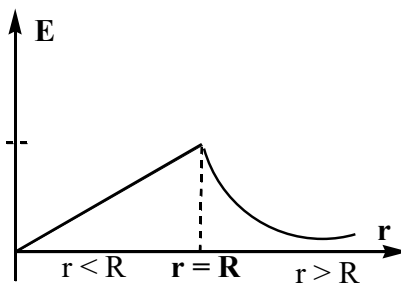
- Para un punto exterior ($r > R$): $\Phi_{\text{total}} = \vec{E} \cdot \vec{S} = \vec{E} \cdot 4\pi r^2 \vec{u}_r = \frac{Q}{\epsilon_0} \Rightarrow \vec{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{u}_r$

- Para un punto interior ($r < R$) hay dos casos: a) si toda la carga está en la superficie de la esfera entonces el flujo a través de una superficie imaginaria es cero, ya que no hay cargas en el interior, y el campo será cero en el interior de la esfera $\Phi = 0$, luego $E = 0$; b) si la esfera está uniformemente cargada, en el interior y en el exterior:

$$r < R \Rightarrow \Phi_{\text{total}} = \vec{E} \cdot \vec{S} = \vec{E} \cdot 4\pi r^2 \vec{u}_r = \frac{q}{\epsilon_0} \left\{ \rho = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{q}{\frac{4}{3}\pi r^3} \right\} \vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{u}_r = \frac{Qr}{4\pi\epsilon_0 R^3} \vec{u}_r$$

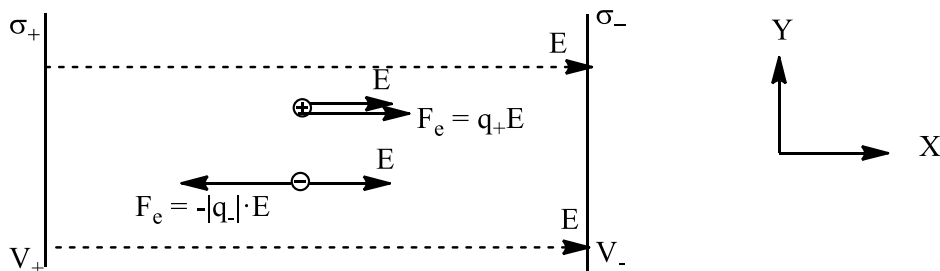


$$\vec{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^2} \vec{u}_r$$



Movimiento de cargas en un campo eléctrico uniforme:

Sea un campo eléctrico uniforme E_x en el sentido del eje OX. Si colocamos una carga dentro del campo siente una fuerza eléctrica que hará que se mueva hacia donde disminuya su energía potencial eléctrica. Si la carga es positiva irá hacia los puntos donde disminuya el potencial eléctrico del campo y si la carga es negativa irá hacia los puntos donde aumente el potencial eléctrico del campo.



$$W_{\text{por-campo}} = \Delta E_c = -\Delta E_{p(e)} = -q\Delta V$$

$$W_{\text{por-campo}} = \int_1^2 \vec{F}_e \cdot d\vec{r} = \int_1^2 -dE_{p(e)} = -\left[E_{p(e)} \right]_1^2 = -\Delta E_{p(e)}$$

$$\vec{E} \cdot \Delta\vec{r} = -\Delta V = -(V_f - V_i)$$

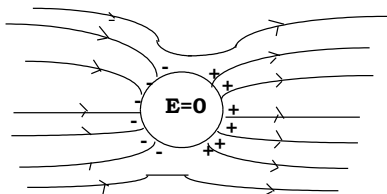
$$\left\{ \begin{array}{l} q_+ \\ E_x \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} E_x \vec{i} \cdot |\Delta\vec{r}_x| \vec{i} = E_x \cdot |\Delta\vec{r}_x| = -\Delta V = -(V_f - V_i) \Rightarrow V_f < V_i \\ \Delta E_{p(e)} = q\Delta V = q_+(V_f - V_i) < 0 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} q_- \\ E_x \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} E_x \vec{i} \cdot |\Delta\vec{r}_x| (-\vec{i}) = -E_x \cdot |\Delta\vec{r}_x| = -\Delta V \Rightarrow E_x \cdot |\Delta\vec{r}_x| = \Delta V = V_f - V_i \Rightarrow V_f > V_i \\ \Delta E_{p(e)} = q\Delta V = -|q_-|(V_f - V_i) < 0 \end{array} \right.$$

4.4 Campo eléctrico en la materia: conductores y dieléctricos

Conductores: Se llaman conductores a aquellos materiales que contienen partículas cargadas y se pueden mover libremente a través de ellos o en su interior. Son ejemplo de conductores los metales, las disoluciones electrolíticas (con iones) y los gases ionizados. En la presencia de un campo eléctrico las partículas cargadas, y que se pueden mover libremente, lo hacen de tal forma que las partículas cargadas positivamente van en el mismo sentido de las líneas del campo y las cargadas negativamente lo hacen en sentido contrario de las líneas del campo.

En el caso de un conductor metálico las únicas partículas cargadas que se pueden mover libremente son los electrones.



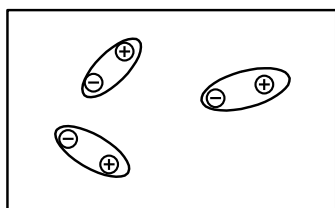
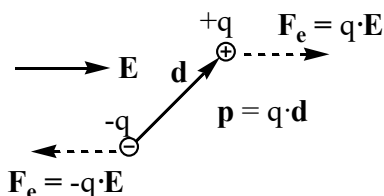
En presencia de un campo eléctrico, los electrones se acumulan sobre la superficie del conductor, hasta que el campo eléctrico que ellas producen dentro del conductor, cancela completamente el campo eléctrico externo en el interior del conductor. Por tanto, en un conductor situado dentro de un campo eléctrico y el cual está en equilibrio eléctrico, es decir, sin movimiento de cargas el campo eléctrico dentro es cero. Y el campo eléctrico en la superficie del conductor en equilibrio es normal a la superficie.

Dieléctricos: Los dieléctricos son materiales que no son conductores de la electricidad por no tener electrones que se puedan mover libremente a través de ellos ni dejar que estos pasen por su interior. Son ejemplos de estos materiales la goma, el caucho, los plásticos y en general todos los compuestos cuyos átomos estén unidos por enlaces covalentes, es decir, en los que los átomos que están unidos están compartiendo los electrones exclusivamente entre ellos.

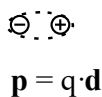
Polarización:

Los dieléctricos, al estar constituidos por electrones, pertenecientes a los átomos, se alteran ante la presencia de un campo eléctrico.

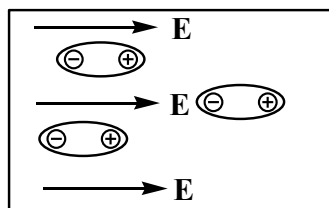
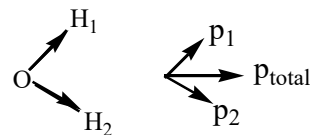
Polarización de dipolo



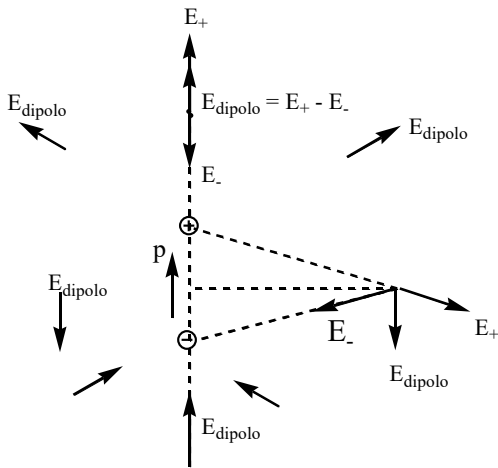
Polarización atómica



Polarización del H₂O



Así, en los átomos aislados el centro de masas de los electrones (la carga negativa) coincide con el centro de masas de las positivas que es el centro del núcleo. Ahora bien, si colocamos unos átomos dentro de un campo eléctrico, el movimiento de los electrones se verá perturbado desplazando el centro de masas de los electrones (la carga negativa) hacia el origen del campo eléctrico y el centro de masas de las cargas positivas en el sentido del campo. Éste fenómeno se llama **polarización** y se mide con la magnitud física, de carácter vectorial, llamada **momento dipolar**.



Campo eléctrico sobre el eje del dipolo

$$\vec{E}_{\text{dipolo}} \approx \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2\vec{p}}{r^3}$$

Campo eléctrico en el plano perpendicular al eje del dipolo

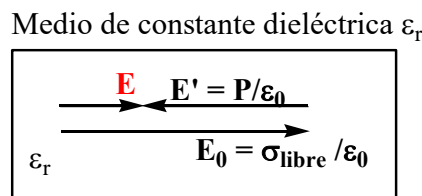
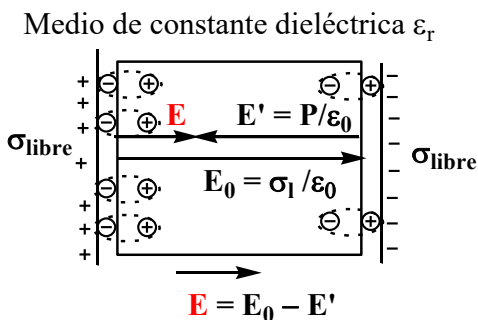
$$\vec{E}_{\text{dipolo}} \approx -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{p}}{r^3}$$

El **momento dipolar** es el producto de la magnitud de la carga desplazada por el desplazamiento, siendo el sentido del vector de la carga negativa a la positiva $\vec{p} = q \cdot \vec{d}$. Las moléculas también pueden adquirir un momento dipolar eléctrico inducido por un campo eléctrico externo.

Al no coincidir el centro de masas de las cargas positivas y de las negativas se les llama **dipolos**. Por lo que si un dieléctrico se coloca en el interior de un campo eléctrico sus átomos o moléculas llegarán a ser dipolos eléctricos orientados en la dirección del campo eléctrico externo aplicado. Muchas moléculas tienen un momento dipolar eléctrico permanente y se llaman polares, así el HCl tiene un momento dipolar de $3,43 \cdot 10^{-30} \text{ C} \cdot \text{m}$. En ausencia de un campo eléctrico externo, las moléculas polares están orientadas al azar y no se observa momento dipolar en el conjunto. Sin embargo, si se aplica un campo eléctrico los dipolos tienden a orientarse de tal forma que el polo negativo se orienta hacia el origen del campo y el positivo en su mismo sentido.

Por tanto, un material dieléctrico en la presencia de un campo eléctrico se polariza. Y se define la polarización del material como el momento dipolar del medio por unidad de volumen. Si \vec{p} es el módulo del momento dipolar inducido en cada átomo o molécula y hay n átomos o moléculas por unidad de volumen, la **polarización P** será:

$$\vec{P} = n \cdot \vec{p} = n \cdot q \cdot \vec{d} \left(\frac{\text{moléculas}}{\text{m}^3} \cdot \text{C} \cdot \text{m} = \frac{\text{C}}{\text{m}^2} \right) \Rightarrow \sigma_p = \vec{P} \cdot \vec{u}_n = P$$



$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 - \mathbf{E}' = (\sigma_{\text{libre}} - \mathbf{P})/\epsilon_0 = \sigma_{\text{libre}}/(\epsilon_0\epsilon_r)$$

La componente de la polarización de un dieléctrico en la dirección de la normal a la superficie del cuerpo es igual a la carga por unidad de área sobre la superficie del cuerpo polarizado. Luego la polarización coincide con la densidad superficial de carga inducida por la polarización.

Si encerramos numerosos dipolos en un medio dieléctrico dentro del volumen $\Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z$, se observa que la totalidad de los dipolos encerrados no contribuye a la carga neta dentro del volumen. Únicamente aquellos dipolos dentro de una distancia $\mathbf{d} \cdot \mathbf{n}$ de cada superficie son cortados por el volumen y, por tanto, contribuyen a una carga neta, siendo \mathbf{n} el vector unitario normal a la superficie en cada cara.

La carga neta encerrada en la superficie de la izquierda: $dq_1 = (\mathbf{n} \cdot \mathbf{q} \cdot \mathbf{d}_x)_x \Delta y \Delta z = P_x(x) \cdot \Delta y \Delta z$; y en la superficie opuesta: $dq_2 = -(\mathbf{n} \cdot \mathbf{q} \cdot \mathbf{d}_x)_{x+\Delta x} \Delta y \Delta z = -P_x(x + \Delta x) \cdot \Delta y \Delta z$. Siendo la carga total encerrada en el volumen:

$$dq_{\text{total}} = dq_1 + dq_2 = P_x(x) \cdot \Delta y \Delta z - P_x(x + \Delta x) \cdot \Delta y \Delta z = \frac{P_x(x) - P_x(x + \Delta x)}{\Delta x} \cdot \Delta x \Delta y \Delta z$$

$$\rho_p = \lim_{\Delta x \Delta y \Delta z \rightarrow 0} \frac{dq_{\text{total}}}{\Delta x \Delta y \Delta z} = -\frac{dP_x}{dx} = -\vec{\nabla} \cdot \vec{P} \Rightarrow \vec{\nabla} \cdot (\epsilon_0 \vec{E}) = \rho_1 + \rho_p = \rho_1 - \vec{\nabla} \cdot \vec{P} \Rightarrow \vec{\nabla} \cdot (\epsilon_0 \vec{E}) + \vec{\nabla} \cdot \vec{P} = \rho_1$$

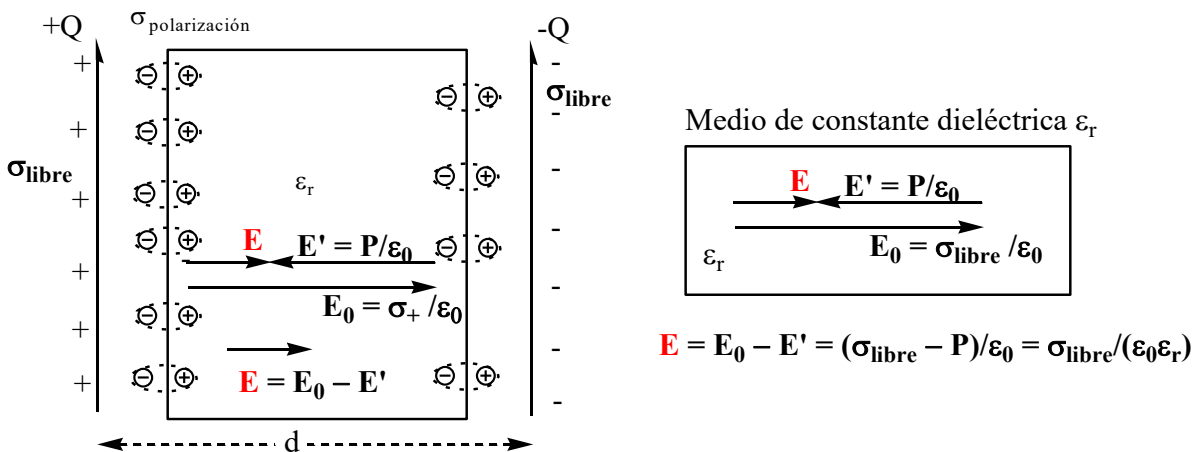
$$\vec{\nabla} \cdot (\epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}) = \vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho_1$$

En general, el vector polarización de un dieléctrico depende de tres factores: $\vec{P} = \epsilon_0 \chi_c \vec{E}$

1. El campo eléctrico aplicado.
2. El tipo de material de que esté constituido el dieléctrico (susceptibilidad eléctrica).
3. El medio físico en el que se encuentre (permitividad).

Influencia del medio en la interacción eléctrica: permitividad y constante dieléctrica

Si colocamos un dieléctrico dentro de un campo eléctrico producido por dos placas metálicas uniformemente cargadas, dentro del dieléctrico se crea una polarización con una carga superficial que contrarresta al campo eléctrico externo:



Por la ley de Gauss tenemos que el campo eléctrico entre las placas metálicas será:

- Sin dieléctrico: $E_0 = E_+ + E_- = \frac{\sigma_+}{2\epsilon_0} + \frac{\sigma_-}{2\epsilon_0} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{\sigma_{\text{libre}}}{\epsilon_0} \Rightarrow \sigma_{\text{libre}} = \epsilon_0 E_0 = D \Rightarrow \Delta V_0 = E_0 d$

- Con dieléctrico:

$$\vec{\nabla} \cdot (\epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}) = \rho_1 \Rightarrow \epsilon_0 E + P = \sigma_{\text{libre}} \Rightarrow E = \frac{\sigma_{\text{neta}}}{\epsilon_0} = \frac{\sigma_{\text{libre}} - P}{\epsilon_0}$$

$$\Delta V = E \cdot d$$

$$E = \frac{\sigma_{\text{libre}}}{\epsilon_0} + \frac{\sigma_{\text{polarización}}}{\epsilon_0} = \frac{\sigma_{\text{neta}}}{\epsilon_0} \quad \left\{ \begin{array}{l} \sigma_{\text{neta}} = \sigma_{\text{libre}} + \sigma_{\text{polarización}} \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \text{izquierda: } \sigma_{\text{neta}} = \sigma_{\text{libre}} - P \\ \text{derecha: } \sigma_{\text{neta}} = -\sigma_{\text{libre}} + P \end{array} \right\}$$

$$\sigma_{\text{libre}} = P + \epsilon_0 E = \epsilon_0 \chi_e E + \epsilon_0 E = \epsilon_0 (\chi_e + 1) E = \epsilon_0 \epsilon_r E = \epsilon E = D$$

$$P = \sigma_{\text{libre}} - \epsilon_0 E = \epsilon_0 \epsilon_r E - \epsilon_0 E = \epsilon_0 E (\epsilon_r - 1)$$

$$\boxed{\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E} = \epsilon_0 \vec{E}_0}$$

$$\boxed{\sigma_{\text{libre}} = D = \epsilon_0 E_0 = \epsilon_0 \epsilon_r E = \epsilon E} \Rightarrow E = \frac{\epsilon_0 E_0}{\epsilon_0 \epsilon_r} = \frac{E_0}{\epsilon_r} = \frac{\sigma_{\text{libre}}}{\epsilon}$$

$$\boxed{\Delta V = Ed} \Rightarrow \boxed{P = \sigma_{\text{libre}} - \epsilon_0 E = \epsilon_0 \epsilon_r E - \epsilon_0 E = (\epsilon_r - 1) \epsilon_0 E = (\epsilon_r - 1) \epsilon_0 \frac{\Delta V}{d}}$$

La magnitud D , llamada desplazamiento eléctrico, depende solamente de las cargas libres que crean el campo. Su dirección y sentido es el mismo que el del campo eléctrico E , al depender sólo de las cargas libres es más operativo, ya que no hay forma directa de controlar la carga de polarización. Así, el desplazamiento eléctrico con dieléctrico y el desplazamiento eléctrico sin dieléctrico son iguales $D = D_0$, pero el campo eléctrico depende del dieléctrico:

$$D_0 = D = \sigma_{\text{libre}} \Rightarrow \epsilon_0 E_0 = \epsilon_0 \epsilon_r E \Rightarrow \boxed{E_0 = \epsilon_r E}$$

El campo eléctrico depende de la **constante dieléctrica** ϵ_r , que varía desde 1 (para el vacío) hasta 310 (titanato de estroncio), siendo para el agua a 25°C igual a 78,5.

La diferencia de potencial entre dos puntos del campo también varía con el medio:

$$\vec{E}_0 \cdot \vec{d} = -\Delta V_0 = -(V_- - V_+) = (V_+ - V_-) \Rightarrow \boxed{E_0 \cdot d = \Delta V_0}$$

$$\vec{E} \cdot \vec{d} = -\Delta V = -(V_- - V_+) = (V_+ - V_-) \Rightarrow \boxed{E \cdot d = \Delta V}$$

$$E_0 = \epsilon_r E \Rightarrow \Delta V_0 = E_0 \cdot d = \epsilon_r E \cdot d = \epsilon_r \Delta V \Rightarrow \boxed{\epsilon_r = \frac{\Delta V_0}{\Delta V}}$$

4.5 Capacidad de un conductor. Condensadores

Concepto de **capacidad de un conductor**: «Se define la capacidad de un conductor como la relación entre su carga y el potencial $C = q/V$ siendo la unidad 1 faradio ($1 F = 1C/1V$)».

Consideremos una esfera conductora, de radio R , que contiene una carga q_{libre} y rodeada del vacío, en primer lugar, y de un dieléctrico ϵ_r , posteriormente. La relación entre la carga q_{libre} y el **potencial eléctrico**, en cada caso, en la superficie de la esfera conductora es constante e independiente de la carga q_{libre} .

$$\boxed{C_0 = \frac{q_{\text{libre}}}{V_0} = \frac{q_{\text{libre}}}{\frac{q_{\text{libre}}}{4\pi\epsilon_0 R}} = 4\pi\epsilon_0 R}$$

$$\boxed{C = \frac{q_{\text{libre}}}{V} = \frac{q_{\text{libre}}}{\frac{q_{\text{libre}}}{4\pi\epsilon_0 \epsilon_r R}} = 4\pi\epsilon_0 \epsilon_r R = 4\pi\epsilon R}$$

El razonamiento anterior es válido para todos los conductores cargados de distinta geometría.

Concepto de condensador:

Un condensador, o capacitor, está constituido por dos conductores aislados entre sí. Cuando un condensador se carga sus platos o conductores tienen igual carga pero opuesta. Cuando un conductor no está aislado su capacidad se afecta por la presencia de otros conductores que modifican su potencial.

Un condensador sin cargar en un circuito con una resistencia, el tiempo de carga:

$$\varepsilon = iR + V_c = iR + \frac{q}{C} \Rightarrow \varepsilon = \frac{dq}{dt}R + \frac{q}{C} \Rightarrow \frac{dq}{dt} + \frac{q}{RC} = \frac{\varepsilon}{R} \Rightarrow q = C\varepsilon - C\varepsilon e^{-t/RC} = C\varepsilon(1 - e^{-t/RC})$$

Condensador de platos paralelos:

Sea el condensador formado por dos conductores planos paralelos cargados con +q_{libre} y con -q_{libre}, siendo q_{libre} = σ_{libre} S, separados una distancia d. **La capacidad del sistema, llamado capacitor o condensador, depende de la geometría y de la presencia o no de un dieléctrico:**

$$C_0 = \frac{q_{libre}}{\Delta V_0} = \frac{\sigma_{libre} \cdot S}{E_0 \cdot d} = \frac{\sigma_{libre} \cdot S}{\frac{\sigma_{libre}}{\varepsilon_0} \cdot d} = \varepsilon_0 \frac{S}{d} \quad C = \frac{q_{libre}}{\Delta V} = \frac{\sigma_{libre} \cdot S}{E \cdot d} = \frac{\sigma_{libre} \cdot S}{\frac{\sigma_{libre}}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} \cdot d} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{S}{d} = \varepsilon_r C_0$$

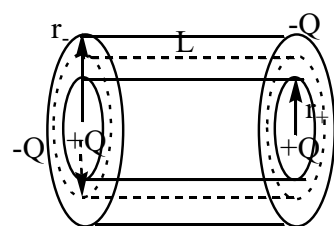
Por tanto, si se introduce un dieléctrico, ε_r, en un condensador observamos que: **a)** disminuye el campo eléctrico en su interior (E = E₀/ε_r); **b)** también disminuye la diferencia de potencial entre las placas (ΔV = ΔV₀/ε_r), y **c)** aumenta la capacidad del condensador (C = ε_r·C₀).

El valor de la permitividad del vacío: $\varepsilon_0 = \frac{C_0}{\frac{S}{d}} = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{F}{m} = 8,85 \frac{pF}{m}$

Condensador cilíndrico: $C = \frac{q}{\Delta V} = \frac{q}{\frac{q}{2\pi\varepsilon_0 L} \ln \frac{r_-}{r_+}} = \frac{2\pi\varepsilon_0 L}{\ln \frac{r_-}{r_+}}$

$$\Phi = E_r 2\pi r L = \frac{Q}{\varepsilon_0} \Rightarrow E_r = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 L r} \left\{ \begin{array}{l} \vec{E} \cdot d\vec{r} = -E_r dr = -dV \\ \int_{r_+}^{r_-} E_r dr = \int_{r_+}^{r_-} dV = V_+ - V_- \end{array} \right\}$$

$$V_+ - V_- = \int_{r_+}^{r_-} E_r dr = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 L} \int_{r_+}^{r_-} \frac{dr}{r} = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 L} \ln \frac{r_-}{r_+}$$



$$\Phi = E_r 2\pi r L = \frac{Q}{\varepsilon_0} \Rightarrow E_r = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 L r}$$

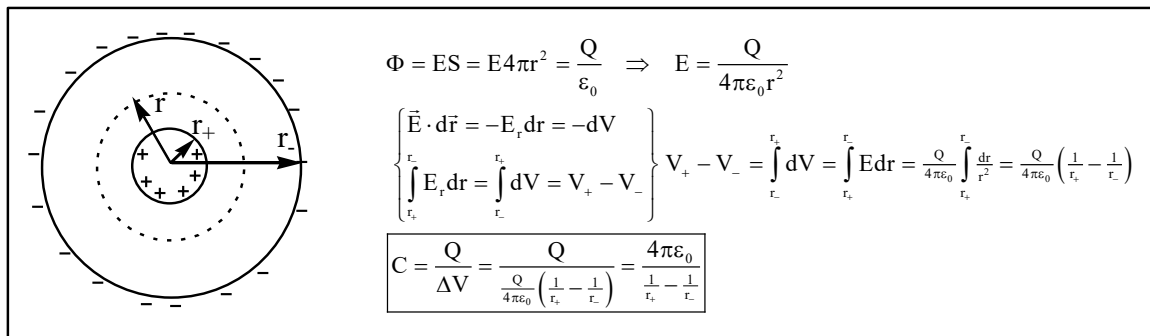
$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{E} \cdot d\vec{r} = -E_r dr = -dV \\ \int_{r_+}^{r_-} E_r dr = \int_{r_+}^{r_-} dV = V_+ - V_- \end{array} \right\} \Rightarrow V_+ - V_- = \int_{r_+}^{r_-} E_r dr = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 L} \int_{r_+}^{r_-} \frac{dr}{r} = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 L} \ln \frac{r_-}{r_+}$$

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{Q}{\frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 L} \ln \frac{r_-}{r_+}} = \frac{2\pi\varepsilon_0 L}{\ln \frac{r_-}{r_+}}$$

Condensador esférico: $C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{Q}{\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \left(\frac{1}{r_+} - \frac{1}{r_-} \right)} = \frac{4\pi\varepsilon_0}{\frac{1}{r_+} - \frac{1}{r_-}}$

$$\Phi = ES = E4\pi r^2 = \frac{Q}{\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \left\{ \begin{array}{l} \vec{E} \cdot d\vec{r} = -E_r dr = -dV \\ \int_{r_+}^{r_-} E_r dr = \int_{r_+}^{r_-} dV = V_+ - V_- \end{array} \right\}$$

$$V_+ - V_- = \int_{r_+}^{r_-} dV = \int_{r_+}^{r_-} E dr = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \int_{r_+}^{r_-} \frac{dr}{r^2} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_+} - \frac{1}{r_-} \right)$$



Energía almacenada en un condensador cargado: Cargar un conductor requiere gastar energía debido a que hay que vencer la repulsión entre las cargas y, por tanto, hay que hacer un trabajo sobre el sistema. Éste trabajo se manifiesta en el incremento de la energía potencial del conductor.

Supongamos que, en un instante dado, una carga q' se ha transferido desde un plato a otro del capacitor. La diferencia de potencial V' entre los platos en ese instante será q'/C . Si un incremento extra de carga dq' se transfiere entonces el incremento de trabajo necesario será:

$$W_{\text{contra-campo}} = \Delta E_{p(e)} = q\Delta V_e \Rightarrow dW_{\text{contra-campo}} = dq' \cdot V' = dq' \cdot \frac{q'}{C} = \frac{1}{C} q' dq'$$

$$W_{\text{contra-campo}} = \frac{1}{C} \int_0^Q q' dq' = \frac{1}{C} \left[\frac{q'^2}{2} \right]_0^Q = \frac{1}{C} \frac{Q^2}{2} = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} \frac{(CV)^2}{C} = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} QV$$

Si realizamos un trabajo contra el campo separando la distancia entre los platos del condensador cambia la capacidad y la diferencia de potencial entre los platos:

$$W_{\text{contra-campo}} = \Delta E_{p(e)} = E_{p(f)} - E_{p(i)} = \frac{1}{2} Q_1 V_f - \frac{1}{2} Q_1 V_i = \frac{1}{2} Q_{\text{libre}} (V_f - V_i) = \frac{1}{2} C_f V_f^2 - \frac{1}{2} C_i V_i^2$$

Densidad de energía: es la energía potencial por unidad de volumen entre los platos del condensador. Si consideramos un condensador de platos planos y paralelos de superficie S y siendo d la distancia entre los platos:

$$U = \frac{E_{p(e)}}{Sd} = \frac{\frac{1}{2} CV^2}{Sd} = \frac{\frac{1}{2} \epsilon_0 \epsilon_r \frac{S}{d} V^2}{Sd} = \frac{1}{2} \epsilon_0 \epsilon_r \frac{V^2}{d^2} = \frac{1}{2} \epsilon_0 \epsilon_r E^2$$

Asociación de condensadores: serie y paralelo Los condensadores en un circuito se pueden combinar de distintas formas, las más sencillas son en serie y en paralelo. Ahora vamos a calcular el condensador equivalente a una combinación determinada, es decir, la capacidad de un único condensador que tenga la misma capacidad que la combinación dada de condensadores.

Serie: Consideremos dos condensadores de distinta capacidad, C_1 y C_2 , conectados en serie a una batería, que mantiene una diferencia de potencial V que cruza los terminales de la combinación en serie. Esto

produce las diferencias de potenciales V_1 y V_2 en los condensadores C_1 y C_2 . Al estar en serie la carga de cada uno es la misma, pero como tienen distinta capacidad la diferencia de potencial entre los extremos de cada uno es distinta. Luego el condensador equivalente a los dos ha de tener la misma carga de cualquiera de ellos y la diferencia de potencial entre sus extremos ha de ser igual a la suma de las diferencias de potencial de cada uno

$$\Delta V_{\text{total}} = \Delta V_1 + \Delta V_2 \Rightarrow \frac{Q_{\text{total}}}{C_{\text{total}}} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} = \frac{Q}{C_{\text{eq}}} \Rightarrow \boxed{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{1}{C_{\text{eq}}}}$$

Paralelo: Consideremos dos condensadores de distinta capacidad, C_1 y C_2 , conectados en paralelo a una batería. Los terminales de la batería están conectados a los platos de los dos condensadores. Como la batería mantiene una diferencia de potencial V entre los terminales, aplica la misma diferencia de potencial V a cada condensador. Al estar en paralelo la diferencia de potencial entre los extremos de cada uno es la misma, pero como tienen distinta capacidad la carga sobre cada uno es distinta. Luego el condensador equivalente a los dos ha de tener la misma carga de los dos y la diferencia de potencial entre sus extremos ha de ser igual a la de cada uno.

$$Q_{\text{total}} = Q_1 + Q_2 \Rightarrow C_{\text{eq}}\Delta V = C_1\Delta V + C_2\Delta V \Rightarrow \boxed{C_{\text{eq}} = C_1 + C_2}$$

4.6 Estudio comparativo de los campos gravitatorio y eléctrico

Característica de la fuerza	Gravitatoria	Eléctrica
Fuentes de la fuerza	La masa	Las cargas eléctricas (+ y -)
Tipo de fuerza	Central, conservativa y atractiva	Central, conservativa y atractiva y repulsiva
Relación entre la fuerza y las fuentes	Directamente proporcional al producto de las masas	Directamente proporcional al producto de las cargas
Relación entre la fuerza y la distancia	Inversamente proporcional al cuadrado de la distancia	Inversamente proporcional al cuadrado de la distancia
Fuerza relativa	1	10^{36}
Influencia del medio en la fuerza	No influye	Inversamente proporcional a la constante dieléctrica

Cuestiones y problemas de «Interacción Electroestática»

$$K_e = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2; \quad \epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}; \quad q_e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}; \quad m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}.$$

1) Un objeto pequeño tiene una masa de $2,0 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$ y una carga negativa de $-2,5 \cdot 10^{-5} \text{ C}$. Está situado en un cierto lugar donde hay un campo eléctrico. Cuando se libera, el objeto experimenta una aceleración de 3.500 m/s^2 en la dirección del eje OX (+X). Determina la dirección y la magnitud del campo eléctrico. [$2,8 \cdot 10^5 \text{ N/C}$ en la dirección del eje OX(-X)]

2) Tenemos tres cargas puntuales: $q_1 = 3,0 \cdot 10^{-6} \text{ C}$, $q_2 = -4,0 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ y $q_3 = -7,0 \cdot 10^{-6} \text{ C}$, situadas respectivamente en los puntos (0;0), (-0,20 m; 0 m) y (0,15 m; 0 m). Determina la magnitud y la dirección de la fuerza eléctrica neta sobre la carga primera. [5,7 N en + OX]

3) Dos cargas positivas, de $1,6 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ y $4,0 \cdot 10^{-6} \text{ C}$, están separadas por una distancia de 3,0 m. Encuentra el punto sobre la línea entre las cargas donde el campo eléctrico es cero. [a 1,16 m de la menor]

4) Un triángulo equilátero tiene de lado 0,15 m y en sus extremos tiene tres cargas: $q_1 = -9,0 \cdot 10^{-6} \text{ C}$, en el vértice inferior izquierdo (0;0) m, $q_2 = 8,0 \cdot 10^{-6} \text{ C}$, en el vértice superior (0,075;0,13) m, y $q_3 = -2,0 \cdot 10^{-6} \text{ C}$,

en el vértice inferior derecho (0,15;0) m. Determina el vector, en módulo y dirección, de la fuerza eléctrica ejercida sobre la última carga. [$F_x = 4$ N; $F_y = 5,55$ N; $F_{\text{neta}} = 6,84$ N dirigida a $54,2^\circ$ del eje +OX]

5) Un agente físico mueve una carga positiva de $1,8 \cdot 10^{-4}$ C, a una velocidad constante, desde un punto A hasta un punto B y realiza un trabajo de $5,8 \cdot 10^{-3}$ J sobre la carga. Calcula: a) ¿cuál es la diferencia de energía potencial eléctrica de la carga en los dos puntos?; b) la diferencia de potencial entre los dos puntos, y c) ¿cuál punto está a un potencial mayor?. [a) $5,8 \cdot 10^{-3}$ J; b) 32,2 V; c) el punto B]

6) El ánodo, que es el terminal positivo, de un tubo de Rayos X, está a un potencial de 125 kV con respecto al cátodo, que es el terminal negativo. Calcula: a) el trabajo que se realiza sobre un electrón que es acelerado desde el cátodo a el ánodo; b) la energía cinética que tiene el electrón cuando llega al ánodo, si el electrón estaba inicialmente en reposo. [$2,0 \cdot 10^{-14}$ J]

7) Dos cargas eléctricas (q_1 y q_2) están fijas en un lugar del espacio a una distancia d . Una tercera carga q_3 está fija en la línea que une las cargas q_1 y q_2 , a una distancia d de la carga q_2 y a una distancia $2 \cdot d$ de la carga q_1 . La tercera carga q_3 es elegida de tal forma que la energía potencial del grupo es cero, esto es, la energía potencial tiene el mismo valor como si las tres cargas estuvieran muy separadas. Determina el valor de la tercera carga q_3 asumiendo que: a) las dos cargas primeras son iguales y tienen de valor q : $q = q_1 = q_2$; b) las dos cargas primeras son de distinto signo pero de igual valor q : $q = q_1 = -q_2$. [a) $q_3 = -\frac{2}{3} \cdot q$; b) $q_3 = -2q$]

8) La capacidad de un condensador vacío es de $1,2 \cdot 10^{-6}$ F. El condensador se conecta a una batería de 12 V y se carga totalmente. Con el condensador conectado a la batería, una barra de material dieléctrico se introduce entre los platos del condensador. El resultado es que desde la batería fluye hacia los platos una carga adicional de $2,6 \cdot 10^{-5}$ C. ¿Cuál es la constante dieléctrica del material?. [2,8]

9) La gran mayoría de los teclados de los computadores aplican la idea de capacidad. Así las teclas son condensadores de capacidad variable en función de su pulsación. Cuando la tecla se pulsa los platos se acercan y aumentan la capacidad. Sin pulsar la distancia es de 5,00 mm y al pulsar pasa a 0,150 mm. El área de los platos es de $0,95$ cm² y el condensador tiene un dieléctrico cuya constante dieléctrica vale 3,50. Determina el cambio en la capacidad que es detectado por el computador. [19,0 pF]

10) ¿Cuál es la diferencia de potencial entre los platos de un condensador de 3,3 F que almacena suficiente energía como para dar luz a una lámpara de 75 W durante 1 minuto?. [52,2 V]

11) Se desea trasladar, una a una, cuatro cargas de valor $q_1 = 1$ μ C, $q_2 = 2$ μ C, $q_3 = 3$ μ C y $q_4 = 4$ μ C, situadas en el infinito, hasta los cuatro vértices de un cuadrado de lado $a = 1$ m. Estando q_1 en (0;0); q_2 en (a;0); q_3 en (a;a) y q_4 en (0;a). Calcula: a) el trabajo realizado contra el campo eléctrico para el desplazamiento sucesivo de cada una de las cargas; b) la energía potencial eléctrica del sistema de cargas en la situación final; c) el potencial eléctrico debido a las cuatro cargas en el centro del cuadrado $C(a/2;a/2)$. Dato: $K_e = 9 \cdot 10^9$ N·m²/C². [a) $W(q_2) = 0,018$ J; $W(q_3) = 0,0731$ J; $W(q_4) = 0,195$ J; $W_{\text{neto}} = 0,2861$ J; b) $E_{p(e)} = 0,2861$ J; c) $V_C = 127.279,22$ V]

12) Dos cargas positivas, $q_1 = 2 \cdot 10^{-6}$ C y $q_2 = 4 \cdot 10^{-6}$ C, están situadas, respectivamente, en los puntos (0 m; 2 m) y (0 m; -2 m). Calcular: a) el campo y el potencial eléctricos en el punto (4 m; 0 m); b) el trabajo necesario para trasladar una carga de $6 \cdot 10^{-3}$ C desde el infinito hasta el punto (4 m; 0 m). [a) $E_x = 2.415$ N/C; $E_y = 402,5$ N/C; $V = 12.075$ V; b) 72,45 J]

13) Dos cargas, una de valor $q_1 = 0,4$ μ C en (5·cm; 0), y $q_2 = -0,4$ μ C en (-5·cm; 0). Una carga negativa de valor $q_3 = -0,7$ μ C, se encuentra fija en un punto de la mediatriz del segmento que une las cargas q_1 y q_2 . La fuerza que actúa sobre la carga q_3 es de $1,4 \cdot 10^{-3}$ N. Calcule: a) la dirección y sentido de la fuerza sobre q_3 y la distancia a que se encuentra q_3 del segmento que une las otras dos cargas; b) haga el mismo cálculo considerando que las cargas q_1 y q_2 son las dos positivas. [a) La fuerza neta sobre q_3 es paralela al eje OX y q_3 está en la posición (0; $\pm 0,5624 \cdot m$); b) hacia el punto medio y posición (0; $\pm 1,896378 \cdot m$)]

14) Dos esferas muy pequeñas, de radio despreciable, pesan 4 N cada una y están suspendidas de un mismo punto por sendos hilos de 5 cm de longitud. Al cargar cada una de las esferas con la misma carga negativa, los hilos se separan y, en la situación de equilibrio, forman un ángulo de 45° con la vertical. Calcula: a) el valor de la fuerza eléctrica entre las esferas; b) el valor de la carga sobre cada esfera. [a) 4 N; b) $q = -1,50 \mu\text{C}$]

15) Un electrón, con una velocidad de 10 km/s, penetra en la región comprendida entre dos conductores planos y paralelos, de 8 cm de longitud y separados entre sí 1 cm, en la que existe un campo eléctrico uniforme. El electrón penetra en la región por un punto equidistante de los dos conductores planos y, a la salida, pasa justamente por el borde del conductor superior. Calcular: a) el campo eléctrico que existe entre los dos conductores y la diferencia de potencial entre ellos; b) la variación de energía cinética del electrón. Datos: $q_e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$; $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$. [a) $8,887 \cdot 10^{-4} \text{ V/m}$; $8,887 \cdot 10^{-6} \text{ V}$; b) $7,1 \cdot 10^{-25} \text{ J} = 4,44 \cdot 10^{-6} \text{ eV}$]

16) Una carga positiva de valor $4,0 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ está distribuida uniformemente sobre una superficie esférica de 10 cm de radio. Calcula: a) el trabajo realizado por el campo eléctrico para desplazar radialmente una carga de $3,0 \cdot 10^{-6} \text{ C}$, desde un punto situado a 10 cm de la superficie esférica a una distancia de 15 cm; b) en qué puntos sería nulo el campo si colocamos una carga puntual de $6 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ a 20 cm de distancia de la superficie esférica. [a) 0,108 J; b) 3,5 cm de la superficie esférica y a 16,5 cm de la carga puntual]

17) a) Determinar, aplicando la ley de Gauss, el campo eléctrico creado por una distribución plana uniforme, de densidad de carga $\sigma_+ = 7,0 \cdot 10^{-6} \frac{\text{C}}{\text{m}^2}$, en un punto situado a una distancia 1 cm del plano. b) Calcula la dirección y el valor del campo eléctrico en el punto medio entre dos planos paralelos, separados por una distancia de 1 cm, y cargados con densidades de carga: $\sigma_+ = 7,0 \cdot 10^{-6} \frac{\text{C}}{\text{m}^2}$ y $\sigma_- = -7,0 \cdot 10^{-6} \frac{\text{C}}{\text{m}^2}$; c) Calcula la dirección y el valor del campo eléctrico en el punto medio y en los laterales entre dos planos paralelos, separados por una distancia de 1 cm, y cargados con densidades de carga: $\sigma_+ = 7,0 \cdot 10^{-6} \frac{\text{C}}{\text{m}^2}$ y $\sigma_- = -4,0 \cdot 10^{-6} \frac{\text{C}}{\text{m}^2}$. [a) $E = 3,95 \cdot 10^5 \text{ V/m}$; b) de la positiva a la negativa $E = 7,90 \cdot 10^5 \text{ V/m}$; c) en el punto medio de la positiva a la negativa y de valor $E = 6,21 \cdot 10^5 \text{ V/m}$; en el lateral de la negativa de alejamiento de la negativa y valor $E = 1,69 \cdot 10^5 \text{ V/m}$; en el lateral de la positiva de alejamiento de la positiva y de valor $E = 1,69 \cdot 10^5 \text{ V/m}$]

18) Dos esferas metálicas de radios 4 cm y 6 cm, muy alejadas entre sí, se cargan con $3 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ cada una. Calcular: a) diferencia de potencial entre ambas esferas; b) potencial y carga de cada esfera después de unir las mediante un hilo conductor de capacidad despreciable. [a) $\Delta V = 6,75 \cdot 10^5 \text{ V} - 4,50 \cdot 10^5 \text{ V} = 2,25 \cdot 10^5 \text{ V}$; b) $5,4 \cdot 10^5 \text{ V}$; $2,4 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ y $3,6 \cdot 10^{-6} \text{ C}$]

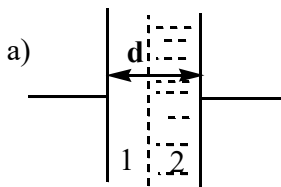
19) Calcula la fuerza de atracción entre un ion cloruro y un ion sodio a una distancia de $2,0 \cdot 10^{-10} \text{ m}$ el uno del otro, si se encuentran: a) en el vacío (la constante dieléctrica es uno); b) en agua (la constante dieléctrica es 81). Dato: $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2 \text{ N}^{-1} \text{ m}^{-2}$. [a) 5,76 nN; b) 0,0711 nN]

20) Un condensador de placas planas paralelas tiene las placas a 1 mm. Si no hay materia entre ellas, la capacidad es de $3 \cdot 10^{-6} \text{ F}$ y la intensidad del campo eléctrico entre las placas es de $E_0 = 1000 \text{ V/m}$. Le introducimos un dieléctrico de vidrio de constante dieléctrica 6. Calcula: a) la diferencia de potencial entre las placas, sin dieléctrico y con dieléctrico; b) la capacidad del condensador con dieléctrico; c) la energía potencial del condensador sin dieléctrico y con dieléctrico; d) la carga de las armaduras. [a) 1 V; $1/6 \text{ V}$; b) $1,8 \cdot 10^{-5} \text{ F}$; c) $1,5 \cdot 10^{-6} \text{ J}$; $2,5 \cdot 10^{-7} \text{ J}$; d) $3 \cdot 10^{-6} \text{ C}$]

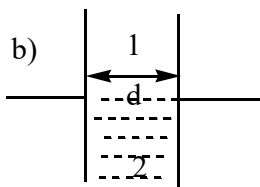
21) Un condensador de platos paralelos tiene una capacidad de $1,0 \cdot 10^{-12} \text{ F}$. La carga sobre cada plato es de $1,0 \cdot 10^{-9} \text{ C}$ y su separación es de 1 mm. a) Calcula la diferencia de potencial y el campo eléctrico entre los platos; b) considerando que la carga permanece constante, calcula la diferencia de potencial y el campo eléctrico entre los platos si la separación entre ellos se hace de 2 mm; c) calcula el trabajo requerido para realizar la separación entre los platos. [a) 1.000 V y $1,0 \cdot 10^6 \text{ V/m}$; b) 2.000 V; c) $5,0 \cdot 10^{-7} \text{ J}$]

- 22)** Un electrón se acelera en dirección horizontal OX, desde el reposo, mediante una diferencia de potencial de $\Delta V_x = 100 \text{ V}$. A continuación, penetra en una región en la que existe otro campo eléctrico uniforme vertical y de valor $E_y = 200 \text{ V/m}$. a) Dibuje la trayectoria seguida por el electrón en los dos campos eléctricos y calcule la velocidad con la que entra en la región del segundo campo eléctrico. b) Calcule la velocidad del electrón cuando ha recorrido una distancia horizontal de $0,4 \text{ m}$ en el segundo campo eléctrico, así como el trabajo realizado por el campo eléctrico sobre el electrón entre esos dos puntos y su diferencia de potencial. Datos: $q_e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$; $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$. [a] $5,93 \cdot 10^6 \text{ m/s}$; b) $v = 6,386807 \cdot 10^6 \text{ m/s}$; $W_{\text{por}} = 2,56 \cdot 10^{-18} \text{ J}$; $\Delta V = 16 \text{ V}$]
- 23)** Una partícula con una carga de $1,0 \cdot 10^{-12} \text{ C}$, inicialmente en reposo, es acelerada por un campo eléctrico uniforme de $8 \cdot 10^6 \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$ hasta alcanzar una velocidad de $8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Si la partícula tarda 2 s en alcanzar dicha velocidad, calcule: a) la masa de la partícula y el espacio recorrido en ese tiempo; b) la diferencia de potencial entre las posiciones inicial y final. [a] $2,0 \cdot 10^{-6} \text{ kg}$ y 8 m ; b) $-6,4 \cdot 10^7 \text{ V}$]
- 24)** Una partícula de carga $q = 6 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ se encuentra en reposo en el punto $O(0,0)$. Se aplica un campo eléctrico uniforme de 500 V/m , dirigido en el sentido positivo del eje OY. a) Describe la trayectoria seguida por la partícula hasta el instante en que se encuentra en el punto A $(0;2 \cdot \text{m})$. ¿Aumenta o disminuye la energía potencial de la partícula en dicho desplazamiento?, ¿en qué se convierte dicha variación de energía?. b) Calcule el trabajo realizado por el campo en el desplazamiento de la partícula y la diferencia de potencial entre el origen y el punto A. [a] $\Delta E_{p(e)} < 0$; $\Delta E_c > 0$; b) $W_{\text{por-campo}} = 6,0 \cdot 10^{-9} \text{ J}$; $\Delta V = -1.000 \text{ V}$]
- 25)** Sean dos cargas puntuales $q_1 = 1,0 \mu\text{C}$, situada en el origen de coordenadas, y $q_2 = -2,0 \mu\text{C}$, situada sobre el eje OX a 5 cm del origen. Determine: a) los puntos, sobre el eje Y, en los que el potencial del campo eléctrico sea cero; b) el trabajo realizado por el campo para trasladar una tercera carga, $q_3 = -1,0 \mu\text{C}$, desde el punto $(-1 \cdot \text{cm}; 0)$ hasta uno de los puntos en el que el potencial es cero. Datos: $K_e = 9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$; $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$. [a] $\pm 0,02886 \text{ m}$; b) $-0,6 \text{ J}$]
- 26)** Dos platos paralelos tienen la misma área 100 cm^2 y la misma carga pero opuesta de valor $8,9 \cdot 10^{-7} \text{ C}$. Si se llena el espacio entre los platos con un material dieléctrico el campo eléctrico dentro del dieléctrico es $1,4 \cdot 10^6 \text{ V/m}$. a) Calcula la constante dieléctrica del material. b) Calcula la carga de polarización inducida sobre cada superficie del dieléctrico. Dato: $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$. [a] $7,2$; b) $7,66 \cdot 10^{-5} \text{ C/m}^2$]
- 27)** Dos láminas no conductoras están cargadas uniformemente por toda la superficie. Una de ellas, cargada positivamente, tiene una densidad superficial de carga de $6,8 \cdot 10^{-6} \text{ C} \cdot \text{m}^{-2}$ y la otra, cargada negativamente, tiene una densidad superficial de carga de $-4,3 \cdot 10^{-6} \text{ C} \cdot \text{m}^{-2}$. Si se colocan paralelas determina la intensidad del campo eléctrico: a) entre las láminas; b) a los lados de cada una. Dato: $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2 \cdot \text{N}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}$. [a] $6,27 \cdot 10^5 \text{ V/m}$; b) $1,41 \cdot 10^5 \text{ V/m}$]
- 28)** En las proximidades de la superficie terrestre se aplica un campo eléctrico uniforme. Se observa que al soltar una partícula de 2 g cargada con $5,0 \cdot 10^{-5} \text{ C}$ permanece en reposo. a) Determine razonadamente las características del campo eléctrico (módulo, dirección y sentido). b) Explique qué ocurriría si la carga fuera de $1,0 \cdot 10^{-4} \text{ C}$ y de $-5,0 \cdot 10^{-5} \text{ C}$. [a] 392 N/C hacia arriba; b) sube con aceleración de $9,8 \text{ m/s}^2$ y cae con aceleración de $19,6 \text{ m/s}^2$]
- 29)** Dos cargas puntuales iguales de $-5,0 \cdot 10^{-8} \text{ C}$, están fijas en los puntos $(0,0) \text{ m}$ y $(5,0) \text{ m}$. Calcule: a) el campo eléctrico (módulo, dirección y sentido) en el punto $(10,0) \text{ m}$; b) la velocidad con que llega al punto $(8,0) \text{ m}$ una partícula de carga $8 \cdot 10^{-9} \text{ C}$ y masa $5 \cdot 10^{-3} \text{ g}$ que se abandona libremente en el punto $(10,0) \text{ m}$. [a] $-22,5 \text{ N/C}$ hacia $-OX$; b) $0,48 \text{ m/s}$]
- 30)** Las armaduras de un condensador plano están a una distancia $d = 10 \text{ mm}$, siendo la intensidad del campo eléctrico, entre ellas, de $5,0 \cdot 10^6 \text{ V/m}$ si están en el vacío. Se llena la mitad del espacio entre las armaduras con un dieléctrico, homogéneo e isótropo, de constante dieléctrica 6. Para el dibujo a) determina la diferencia de potencial entre las dos armaduras del condensador y la intensidad del campo eléctrico en

ambas mitades, en los dos casos siguientes: 1º) si las cargas en las armaduras permanecen constantes con la introducción del dieléctrico; 2º) si se mantiene constante la diferencia de potencial entre las armaduras con la introducción del dieléctrico. [Caso 1º: $\Delta V_0 = 5,0 \cdot 10^4$ V; $\Delta V = 2,9 \cdot 10^4$ V; $E_1 = 5,0 \cdot 10^6$ V/m; $E_2 = 8,3 \cdot 10^5$ V/m; Caso 2º: $\Delta V_0 = \Delta V = 5,0 \cdot 10^4$ V; $E_1 = 8,6 \cdot 10^6$ V/m; $E_2 = 1,4 \cdot 10^6$ V/m]



31) Las armaduras de un condensador plano están a una distancia $d = 10$ mm, siendo la intensidad del campo eléctrico, entre ellas, de $5,0 \cdot 10^6$ V/m si están en el vacío. Si se llena la mitad del espacio entre las armaduras con un dieléctrico, homogéneo e isótropo, de constante dieléctrica 6. Para el caso del dibujo b) determina la diferencia de potencial entre las dos armaduras del condensador y la intensidad del campo eléctrico en ambas mitades en los dos casos siguientes: 1º) si las cargas en las armaduras permanecen constantes con la introducción del dieléctrico; 2º) si se mantiene constante la diferencia de potencial entre las armaduras con la introducción del dieléctrico. [Caso 1º: $\Delta V_1 = \Delta V_{\text{dieléctrico}} = E_1 d = E_2 d = 1,4 \cdot 10^4$ V; $E_1 = E_2 = 1,4 \cdot 10^6$ V/m; Caso 2º: $\Delta V_0 = \Delta V = 5,0 \cdot 10^4$ V; $E_1 = E_2 = 5,0 \cdot 10^6$ V/m]



32) Dos platos paralelos tienen la misma área, de valor $1,0$ m², y la misma carga pero opuesta, de valor $3,0 \cdot 10^{-5}$ C. Un material dieléctrico, de permitividad $\epsilon = 1,5 \cdot 10^{-11} \frac{F}{m}$, llena el espacio entre los platos. Calcula: a) el valor de la intensidad del campo eléctrico entre los platos; b) la carga eléctrica de polarización inducida por unidad de área sobre cada superficie del dieléctrico. Dato: $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{F}{m}$. [a) $2,0 \cdot 10^6$ V/m; b) $1,23 \cdot 10^{-5}$ C/m²]

33) Un electrón viaja desde una placa cargada negativamente a otra cargada positivamente, estando separadas por una distancia de 2 mm y siendo la diferencia de potencial entre ellas de 1.000 V. Calcula: a) la energía cinética y la velocidad con la que llega el electrón si parte del reposo; b) el valor del campo eléctrico entre las placas y el de la fuerza que siente el electrón. Datos: $q_e = -1,6 \cdot 10^{-19}$ C; $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg. [a) $E_c = 1,6 \cdot 10^{-16}$ J; $1,87 \cdot 10^7$ m/s; b) $5,0 \cdot 10^5$ V/m; $8,0 \cdot 10^{-14}$ N]

34) Dos cargas $q_1 = 2 \mu\text{C}$ y $q_2 = -4 \mu\text{C}$ están fijas en los puntos $P_1(0;2)\text{m}$ y $P_2(1;0)\text{m}$, respectivamente. a) Dibuje el campo eléctrico producido por cada una de las cargas en el punto O (0;0) y en el punto P(1;2)m y calcule el campo total en el punto P. b) Calcule el trabajo necesario para desplazar una carga $q = -3 \mu\text{C}$ desde el punto O hasta el punto P y explique el significado del signo del trabajo. Dato: $K = 9 \cdot 10^9$ N m² C⁻². [a) 20.000 V/m a $-26,5^\circ$ del eje X; b) 0,081 J y aumenta la energía cinética de la carga]

35) Una partícula de $6 \mu\text{C}$ se encuentra en reposo en el punto (0,0). Se aplica un campo eléctrico uniforme de 500 N/C, dirigido en el sentido positivo del eje OY. a) Describe la trayectoria seguida por la partícula hasta el instante en que se encuentra en el punto A, situado a 2 m del origen. ¿Aumenta o disminuye la energía potencial de la partícula en dicho desplazamiento?, ¿en qué se convierte dicha variación de energía?. b) Calcule el trabajo realizado por el campo en el desplazamiento de la partícula y la diferencia de

potencial entre el origen y el punto A. [a) Recta en sentido del campo; disminuye energía potencial y aumenta energía cinética; b) $6,0 \cdot 10^{-3}$ J y 1.000 V]

36) Conteste razonadamente a las siguientes preguntas: a) ¿puede ser nulo el campo eléctrico producido por dos cargas puntuales en un punto del segmento que las une?; b) ¿se puede determinar el campo eléctrico en un punto si conocemos el valor del potencial eléctrico en ese punto?.

37) Dos cargas puntuales, $q_1 = 3 \mu\text{C}$ y $q_2 = 12 \mu\text{C}$, están situadas, respectivamente, en los puntos A y B de una recta horizontal, separados 20 cm. Razone cómo varía el campo eléctrico entre los puntos A y B y represente gráficamente dicha variación en función de la distancia al punto A. ¿Existe algún punto de la recta que contiene a las cargas en el que el campo sea cero?, en caso afirmativo calcule su posición. [En el punto $x = 0,066$ m desde el punto A el campo es cero. Desde el punto A hasta x el campo es positivo, en el sentido de A hasta B. Desde el punto x hasta el B el campo es negativo, en el sentido de B hasta A]

38) Una partícula de masa m y carga $q = -1 \mu\text{C}$ se encuentra en reposo al estar sometida al campo gravitatorio terrestre y a un campo eléctrico uniforme $E = 100$ N/C de la misma dirección. a) Haga un esquema de las fuerzas que actúan sobre la partícula y calcule su masa; b) Analice el movimiento de la partícula si el campo eléctrico aumentara a 120 N/C y determine su aceleración. [a) $m = 1,02 \cdot 10^{-5}$ kg; b) $a_y = 1,96$ m/s²]

39) a) Una partícula cargada negativamente pasa de un punto A, cuyo potencial es V_A a otro B, cuyo potencial es $V_B > V_A$. Razone si la partícula gana o pierde energía potencial. b) Los puntos C y D pertenecen a una misma superficie equipotencial. ¿Se realiza trabajo al trasladar una carga (positiva o negativa) desde C a D?. Justifique la respuesta.

40) Sean dos cargas puntuales: $q_1 = 1 \mu\text{C}$ en el punto (0;0) y $q_2 = -2 \mu\text{C}$ en el punto (0,05;0) m. Determine: a) el punto P(x;0) en el que la intensidad del campo eléctrico es cero; b) la fuerza que siente la carga $q_3 = 3$ nC colocada en P(x;0); c) el potencial eléctrico, debido a q_1 y q_2 , en P(x;0); d) la energía potencial de $q_3 = 3$ nC colocada en P(x;0); e) el trabajo realizado contra el campo eléctrico para llevar $q_3 = 3$ nC desde P(x;0) hasta el infinito ($E_p = 0$). Dato: $K_e = 9 \cdot 10^9$ N·m²/C². [a) P(-0,12·m;0); b) $F_3 = q_3 \cdot E = 0$; c) $V_p = -30.882,353$ V; d) $E_{p(e)} = -9,2647 \cdot 10^{-5}$ J; e) $W_{\text{contra}} = 9,2647 \cdot 10^{-5}$ J]

41) Sean dos cargas puntuales: $q_1 = 1,0 \mu\text{C}$ situada en el punto O(0;0) y $q_2 = -2,0 \mu\text{C}$ situada en el punto P(0,10·m;0). Determine: a) los puntos sobre el eje Y en los que el potencial del campo eléctrico sea cero; b) la energía potencial de una tercera carga $q_3 = 1,0$ nC situada en el punto Q(-0,20·m;0); c) el trabajo que hay que hacer contra el campo eléctrico para que la carga q_3 se desplace desde el punto Q hasta un punto en el que el potencial eléctrico sea cero. Dato: $K_e = 9 \cdot 10^9$ N·m²/C². [a) $y = \pm 0,0577$ m; b) $E_{p(e)} = -1,5 \cdot 10^{-5}$ J; c) $W_{\text{contra-campo}} = 1,5 \cdot 10^{-5}$ J]

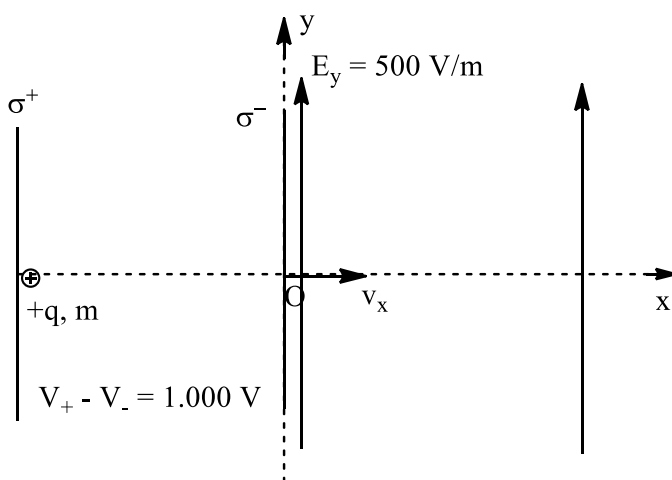
42) Una partícula, de masa $m = 0,005$ kg y cargada negativamente $q = -6 \mu\text{C}$, se mueve en línea recta por el eje X con una velocidad $v_x = 0,2$ m/s y en el sentido +X. Al pasar por el origen O(0;0) penetra en una región ($x > 0$) en la que existe un campo eléctrico uniforme, perpendicular a su trayectoria y en sentido positivo del eje Y (+Y), siendo su valor $E_y = 500$ N/C. Calcule: a) la posición P(x;y) de la partícula al cabo de 5 s, sabiendo que empieza desde el origen O(0;0). b) Determine la diferencia de potencial entre los puntos $\Delta V = V_p - V_o$; c) el trabajo realizado por el campo eléctrico en ese desplazamiento y el incremento en la energía cinética de la partícula; d) la nueva velocidad de la partícula en el punto P. [a) La trayectoria es una parábola desde O(0;0) hasta un punto P(1;-7,5)m; disminuyendo la energía potencial de la partícula; b) $\Delta V = V_p - V_o = 3.750$ V; c) $W_{\text{por-campo}} = -\Delta E_{p(e)} = -q \cdot \Delta V = 0,0225$ J; $W_{\text{por-campo}} = \Delta E_c = 0,0225$ J; d) $v_p = 3,0$ m/s]

43) Una carga $q_1 = 3 \mu\text{C}$ se encuentra en el origen de coordenadas O(0;0) y otra carga $q_2 = -3 \mu\text{C}$ está situada en el punto P(1,1) m. a) Dibuje en un esquema el campo eléctrico en el punto B(2,0) m y calcule su valor indicando el ángulo con el eje X. ¿Cuál es el potencial eléctrico en el punto B?. b) Calcule el trabajo necesario para desplazar una carga de 10 μC desde el punto A(1,0) m hasta el punto B(2,0) m. [a) $E_B = 9.946,97$ N/C; $\theta = 106,32^\circ$; $V_B = -5.591,88$ V; b) $W_{\text{contra}} = -0,05592$ J]

44) Dos bolitas muy pequeñas, de radio despreciable, y masa $m = 20$ g cada una, están suspendidas de un mismo punto por sendos hilos de longitud $L = 2$ m de longitud. Cuando ambas se cargan con la misma carga eléctrica q , los hilos se separan un ángulo de $\theta = 15^\circ$ con la vertical. Suponga que se encuentran en el vacío y próximas a la superficie de la Tierra. a) Calcule el valor de la carga eléctrica q comunicada a cada bolita y el valor de la fuerza eléctrica entre ellas. b) Se duplica el valor de la carga eléctrica de la bolita de la derecha $q' = 2q$. Dibuje en un esquema las dos situaciones (antes y después de duplicar la carga de una bolita) e indique todas las fuerzas que actúan sobre ambas bolitas en la nueva situación de equilibrio. Datos: $K_e = 9 \cdot 10^9$ N·m²/C²; $g = 9,8$ m/s²; considere que para θ pequeños: $\tan\theta = \text{sen}\theta$. [a] $F_e = 0,0525$ N; $q = 2,5$ μC ; $T = 0,203$ N; $r = 1,035$ m; b) $r' = 1,32$ m; $F'_e = 0,06456$ N; $\theta = 18,23^\circ$; $T' = 0,206$ N]

45) Una pequeña esfera de 5 g y carga eléctrica q cuelga del extremo inferior de un hilo aislante, inextensible y de masa despreciable, de 0,5 m de longitud. Al aplicar un campo eléctrico horizontal de 200 V/m el hilo se separa de la vertical hasta formar un ángulo de 30° . a) Dibuje en un esquema las fuerzas que actúan sobre la esfera y determine el valor de la carga q y el de todas las fuerzas que actúan sobre ella. b) Haga un análisis energético del proceso y calcule el cambio de energía potencial de la esfera. Dato: $g = 9,8$ m/s². [a] $F_e = 0,028290$ N; $q = 0,000141451$ C; $T = 0,05658$ N; b) $\Delta E_{p(g)} = 0,0032824$ J; $\Delta E_{p(e)} = -0,0070725$ J]

46) Una partícula de masa $m = 1,0 \cdot 10^{-25}$ kg y cargada positivamente $q = 3,2 \cdot 10^{-19}$ C se acelera horizontalmente en el eje X, desde el reposo, colocándola en una región en la que existe una diferencia de potencial de $\Delta V_x = 1.000$ V. Al salir de esa región con una velocidad v_x pasa por el origen O(0;0) y penetra en otra región en la que existe un campo eléctrico uniforme, perpendicular a su trayectoria, de valor $E_y = 500$ V/m. Calcule: a) la posición P(x;y) de la partícula a los 10^{-5} s; b) el incremento de la energía potencial eléctrica que experimenta la partícula desde el origen O hasta P; c) el incremento en su energía cinética entre los puntos anteriores. [a] P(0,8·m;0,08·m); b) $\Delta E_p = -1,28 \cdot 10^{-17}$ J; c) $\Delta E_c = +1,28 \cdot 10^{-17}$ J]



47) Dos bolitas de igual masa, $m = 2$ g, e igual carga, $5 \cdot 10^{-8}$ C, pero una positiva y la otra negativa, están dentro de un campo eléctrico uniforme E , suspendidas de un mismo punto por sendos hilos de longitud $L = 10$ cm y separadas por un ángulo de $\theta = 10^\circ$ con la vertical. Determine: a) el valor del campo eléctrico E ; b) la diferencia de potencial entre los puntos en que se encuentran las cargas. Datos: $K_e = 9 \cdot 10^9$ N·m²/C²; $g = 9,8$ m/s². [a] $E = 442.439$ N/C; b) 15.369 V]

48) Dos platos paralelos, separados una distancia $d = 2$ mm, tienen la misma densidad de carga libre de valor $\sigma_{\text{libre}} = 30$ $\mu\text{C}/\text{m}^2$, uno con carga positiva y el otro con carga negativa. Se introduce entre los platos un dieléctrico de constante dieléctrica $\epsilon_r = 100$. Calcule: a) el valor del campo eléctrico entre los platos y su diferencia de potencial sin el dieléctrico; b) el nuevo valor del campo eléctrico entre los platos y su diferencia de potencial con el dieléctrico, si no cambia la densidad de carga libre en los platos al introducir el dieléctrico; c) la nueva densidad de carga libre σ'_{libre} en los platos si al introducir el dieléctrico entre ellos

no cambia la diferencia de potencial entre ellos. Dato: $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{F}{m}$. [a) $E_0 = 3,390 \cdot 10^6 \text{ V/m}$; $\Delta V_0 = 6.779,66 \text{ V}$; b) $E = E_0/100$; $\Delta V = \Delta V_0/100$; c) $\sigma'_{\text{libre}} = 0,003 \text{ C/m}^2$]

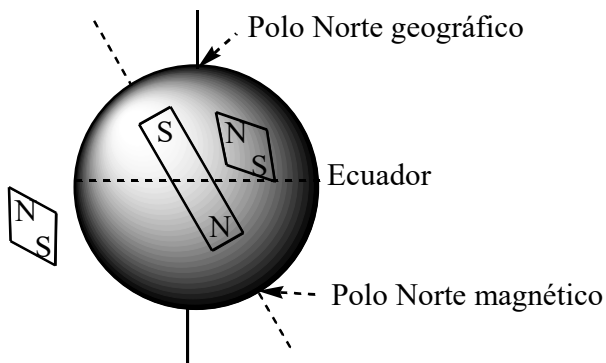
Preguntas de teoría de interacción eléctrica

1. Dos cargas eléctricas puntuales, positivas e iguales están situadas en los puntos A y B de una recta horizontal. Conteste razonadamente a las siguientes cuestiones: a) ¿Puede ser nulo el potencial en algún punto del espacio que rodea a ambas cargas? ¿Y el campo eléctrico?. b) Si separamos las cargas a una distancia doble de la inicial, ¿se reduce a la mitad la energía potencial del sistema?
2. Comente las siguientes afirmaciones relativas al campo eléctrico: a) Cuando una carga se mueve sobre una superficie equipotencial no cambia su energía mecánica. b) Dos superficies equipotenciales no pueden cortarse.
3. a) Explique las características del campo eléctrico en una región del espacio en la que el potencial eléctrico es constante. b) Justifique razonadamente el signo de la carga de una partícula que se desplaza en la dirección y sentido de un campo eléctrico uniforme, de forma que su energía potencial aumenta.
4. Conteste razonadamente a las siguientes preguntas: a) Una partícula sobre la que actúa una fuerza efectúa un desplazamiento. ¿Puede asegurarse que realiza trabajo?. b) Una partícula, inicialmente en reposo, se desplaza bajo la acción de una fuerza conservativa. ¿Aumenta o disminuye su energía potencial?
5. Razone la veracidad o falsedad de las siguientes afirmaciones: a) Cuando nos alejamos de una carga eléctrica negativa el potencial electrostático aumenta pero la intensidad del campo que crea disminuye. b) En algún punto P situado en el segmento que une dos cargas eléctricas idénticas, el potencial electrostático se anula pero no la intensidad del campo electrostático.
6. Razone las respuestas a las siguientes preguntas: a) Una carga negativa se mueve en la dirección y sentido de un campo eléctrico uniforme. ¿Aumenta o disminuye el potencial eléctrico en la posición de la carga? ¿Aumenta o disminuye su energía potencial?. b) ¿Cómo diferirían las respuestas del apartado anterior si se tratara de una carga positiva?
7. Una carga eléctrica positiva se mueve en un campo eléctrico uniforme. Razone cómo varía su energía potencial electrostática si la carga se mueve: a) En la misma dirección y sentido del campo eléctrico. ¿Y si se mueve en sentido contrario?. b) En dirección perpendicular al campo eléctrico. ¿Y si la carga describe una circunferencia y vuelve al punto de partida?
8. a) Una partícula cargada negativamente pasa de un punto A, cuyo potencial es V_A , a otro B, cuyo potencial es $V_B > V_A$. Razone si la partícula gana o pierde energía potencial. b) Los puntos C y D pertenecen a una misma superficie equipotencial. ¿Se realiza trabajo al trasladar una carga (positiva o negativa) desde C a D? Justifique la respuesta.
9. a) Explique las características de la interacción eléctrica entre dos cargas puntuales en reposo. b) ¿Es nulo el campo eléctrico en algún punto del segmento que une dos cargas puntuales de igual valor absoluto pero de signo contrario? Razone la respuesta.
10. a) Explique la relación entre campo y potencial eléctrico. b) Razone si puede ser distinto de cero el potencial eléctrico en un punto en el que el campo eléctrico es nulo.
11. a) Enuncie la ley de Coulomb y aplique el principio de superposición para determinar la fuerza que actúa sobre una carga en presencia de otras dos. b) Dos cargas $+q_1$ y $-q_2$ están situadas en dos puntos de un plano. Explique, con ayuda de una gráfica, en qué posición habría que colocar una tercera carga $+q_3$ para que estuviera en equilibrio.

12. a) Energía potencial electrostática de una carga en presencia de otra. Razone si la energía potencial electrostática de una carga q aumenta o disminuye al pasar de un punto A a otro B, siendo el potencial en A menor que en B. b) El punto A está más alejado que el B de la carga Q que crea el campo. Razone si la carga Q es positiva o negativa.
13. a) Explique la relación entre campo y potencial electrostáticos. b) Una partícula cargada se mueve espontáneamente hacia puntos en los que el potencial electrostático es mayor. Razone si, de ese comportamiento, puede deducirse el signo de la carga.
14. a) Explique la interacción de un conjunto de cargas puntuales. b) Considere dos cargas eléctricas $+Q$ y $-Q$, situadas en dos puntos A y B. Razone cuál sería el potencial electrostático en el punto medio del segmento que une los puntos A y B. ¿Puede deducirse de dicho valor que el campo eléctrico es nulo en dicho punto?
15. a) Campo y potencial electrostáticos de una carga puntual. b) En una región del espacio existe un campo electrostático generado por una carga puntual negativa, q . Dados dos puntos, A más cercano a la carga y B más alejado de la carga, razone si el potencial en B es mayor o menor que en A.
16. a) Potencial electrostático de una carga puntual. b) Cuando una partícula cargada se mueve en la dirección y sentido de un campo eléctrico, aumenta su energía potencial. Razone qué signo tiene la carga de la partícula.
17. a) Campo eléctrico de una carga puntual. b) Dos cargas eléctricas puntuales positivas están situadas en dos puntos A y B de una recta. ¿Puede ser nulo el campo eléctrico en algún punto de esa recta? ¿Y si las dos cargas fueran negativas? Razone las respuestas.
18. a) Campo electrostático de un conjunto de cargas puntuales. b) ¿Puede ser nulo el campo eléctrico producido por dos cargas puntuales en un punto del segmento que las une? Razone la respuesta.
19. a) Potencial electrostático de una carga puntual y de un conjunto de cargas puntuales. b) Si se conoce el potencial electrostático en un solo punto, ¿se puede determinar el campo eléctrico en dicho punto? Razone la respuesta.
20. a) Enuncie la ley de Coulomb y comente su expresión. b) Dos cargas puntuales q y $-q$ se encuentran sobre el eje X, en $x = a$ y en $x = -a$, respectivamente. Escriba las expresiones del campo electrostático y del potencial electrostático en el origen de coordenadas.

4.7 Interacción electromagnética. Origen del campo magnético

La palabra magnetismo procede de una ciudad de Asia Menor llamada Magnesia donde se observaron, por primera vez, los fenómenos magnéticos. Los antiguos griegos observaron que ciertos minerales de hierro, tales como el imán o magnetita (Fe_3O_4), tienen la propiedad de atraer pequeños trozos de hierro.



La propiedad se manifiesta, en su estado natural, por el hierro, cobalto, manganeso y por muchos compuestos de estos metales. Esta propiedad no está relacionada con la fuerza gravitatoria ya que no la presentan todos los cuerpos y parece estar concentrada en determinados lugares del mineral. Tampoco está relacionada con la interacción eléctrica, ya que no son atraídos, por estos minerales ni trozos de corcho ni de papel.

Las regiones del cuerpo donde el magnetismo parece estar concentrado son llamadas polos magnéticos. Un cuerpo magnetizado se llama un imán. La Tierra es un enorme imán. Por ejemplo, se observa que si una varilla imanada se deja girar libremente, en algún lugar de la superficie de la Tierra, siempre se orienta y de la misma forma hacia los polos geográficos, llamados Norte y Sur. Éste experimento también sugiere que hay dos tipos de polos magnéticos, que se designan con las letras N y S.

Si dos varillas imanadas se ponen cerca, los polos de igual nombre se repelen hasta enfrentarse los de distinto nombre. De tal forma que: **«La interacción entre polos magnéticos iguales es repulsiva y entre polos magnéticos distintos es atractiva».**

Podríamos medir la intensidad de un polo magnético definiendo una masa magnética o una carga magnética, e investigando la dependencia de la interacción magnética con la distancia entre los polos. Sin embargo los físicos desconocían la naturaleza del magnetismo.

Por otra parte, una dificultad fundamental apareció cuando se quisieron hacer las medidas de intensidad, y es que experimentalmente ha sido imposible aislar un polo magnético o aislar un tipo de partícula que tenga un sólo tipo de magnetismo (N ó S), como sí ha ocurrido con las cargas eléctricas.

Campo magnético producido por una corriente eléctrica

Los hechos experimentales que demostraban la conexión entre la electricidad y el magnetismo (electromagnetismo) son:

1. En 1820, el danés C. Oersted descubrió que una corriente eléctrica, al pasar por un hilo conductor, producía un campo magnético a su alrededor. De tal forma que al pasar la corriente eléctrica por el hilo que tiene cerca unos imanes perpendiculares al hilo los orienta dependiendo del sentido de la intensidad de corriente. Sin embargo, Oersted no determinó ninguna ley cuantitativa del descubrimiento ni dio una explicación correcta del fenómeno. Pero las noticias de su descubrimiento llegaron a Francia donde Biort y Savart interpretaron éste fenómeno.
2. En el mismo año, de 1820, y a las pocas semanas de que Oersted publicara su descubrimiento, Andre Marie Ampère (1775-1836) presentó los resultados de una serie de experimentos en los que se ponía

de manifiesto la interacción magnética entre hilos conductores por los que pasan distintas corrientes eléctricas.

La experiencia, ha demostrado que el magnetismo es una manifestación de las cargas eléctricas en movimiento relativo a un observador. Por esta razón, las interacciones eléctricas y magnéticas se deben considerar siempre bajo el nombre más general de interacción electromagnética. Podemos decir que el origen del campo magnético son las corrientes eléctricas o las cargas eléctricas en movimiento relativo.

Como veremos a lo largo del tema, las interacciones eléctricas y magnéticas están muy relacionadas, siendo sólo dos aspectos diferentes de una misma propiedad de la materia, sus cargas eléctricas.

Consideremos dos circuitos eléctricos, 1 y 2, con intensidades I_1 y I_2 , siendo F_{12} y F_{21} las fuerzas respectivas de uno sobre otro. La F_{12} significa la fuerza ejercida sobre el circuito 1 debido al 2. La F_{21} significa la fuerza ejercida sobre el circuito 2 debido al 1:

Circuito 1 Circuito 2

$$\vec{F}_{21} = K_m I_2 I_1 \oint_2 d\vec{l}_2 \times \oint_1 \frac{d\vec{l}_1 \times \vec{r}_{21}}{|\vec{r}_{21}|^3}$$

$$\vec{F}_{12} = K_m I_1 I_2 \oint_1 d\vec{l}_1 \times \oint_2 \frac{d\vec{l}_2 \times \vec{r}_{12}}{|\vec{r}_{12}|^3}$$

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} \quad \left\{ K_m = 10^{-7} \frac{N}{A^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \right\}$$

La ecuación obtenida nos expresa la fuerza que un circuito, denominados 1 y 2, ejerce sobre otro por los que están pasando intensidades de corriente eléctrica I_1 y I_2 , respectivamente. Siendo F_{21} la fuerza que ejerce sobre el circuito 2 el 1 y F_{12} la fuerza que ejerce sobre el circuito 1 el 2:

$$\vec{F}_{21} = \frac{\mu_0}{4\pi} I_2 I_1 \oint_2 d\vec{l}_2 \times \oint_1 \frac{d\vec{l}_1 \times \vec{r}_{21}}{|\vec{r}_{21}|^3} = \frac{\mu_0}{4\pi} I_2 I_1 \oint_2 d\vec{l}_2 \times \oint_1 \frac{d\vec{l}_1 \times \vec{r}_{21}}{|\vec{r}_{21}|^3}$$

$$\vec{F}_{12} = \frac{\mu_0}{4\pi} I_1 I_2 \oint_1 d\vec{l}_1 \times \oint_2 \frac{d\vec{l}_2 \times \vec{r}_{12}}{|\vec{r}_{12}|^3}$$

$$\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}$$

La constante $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{N}{A^2}$ se le llama permeabilidad magnética del vacío.

$$d\vec{F}_{21} = I_2 d\vec{l}_2 \times \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I_1 d\vec{l}_1 \times \vec{r}_{21}}{|\vec{r}_{21}|^3}$$

La ecuación de interacción entre corrientes, obtenida por **Ampère**, es análoga a la de la ley de Coulomb de la interacción eléctrica. La explicación de los hechos experimentales anteriores se debió a **Biot** y **Savart** que dijeron:

1. Una corriente eléctrica al pasar por un circuito crea en el espacio que lo rodea un campo magnético B de la misma forma que un imán.
2. Un campo magnético B interacciona con una corriente eléctrica.

El valor del campo magnético lo dedujeron de las ecuaciones obtenidas por Ampère sobre las fuerzas entre corrientes. Por tanto, de las ecuaciones anteriores, se pueden separar los términos correspondientes al circuito 1 y al circuito 2:

$$\vec{F}_{21} = I_2 \oint_2 d\vec{l}_2 \times \frac{\mu_0}{4\pi} I_1 \oint_1 \frac{d\vec{l}_1 \times \vec{r}_{21}}{|\vec{r}_{21}|^3} \Rightarrow \boxed{\vec{F}_{21} = I_2 \oint_1 d\vec{l}_2 \times \vec{B}_{21}}$$

$$\vec{F}_{12} = I_1 \oint_1 d\vec{l}_1 \times \frac{\mu_0}{4\pi} I_2 \oint_2 \frac{d\vec{l}_2 \times \vec{r}_{12}}{|\vec{r}_{12}|^3} \Rightarrow \boxed{\vec{F}_{12} = I_1 \oint_2 d\vec{l}_1 \times \vec{B}_{12}}$$

Siendo \vec{B}_{21} la **inducción magnética** producida por el circuito 1 en el circuito 2, y \vec{B}_{12} la **inducción magnética** producido por el circuito 2 en el circuito 1.

Por tanto, la inducción magnética producida por una espira en un punto, por la que pasa una intensidad de corriente, viene dado por la **ley de Biot y Savart**:

$$\vec{B}_{21} = \frac{\mu_0}{4\pi} I_1 \oint_1 \frac{d\vec{l}_1 \times \vec{r}_{21}}{|\vec{r}_{21}|^3} \Rightarrow \boxed{d\vec{B}_{21} = \frac{\mu_0}{4\pi} I_1 \frac{d\vec{l}_1 \times \vec{r}_{21}}{|\vec{r}_{21}|^3}}$$

$$\vec{B}_{12} = \frac{\mu_0}{4\pi} I_2 \oint_2 \frac{d\vec{l}_2 \times \vec{r}_{12}}{|\vec{r}_{12}|^3} \Rightarrow \boxed{d\vec{B}_{12} = \frac{\mu_0}{4\pi} I_2 \frac{d\vec{l}_2 \times \vec{r}_{12}}{|\vec{r}_{12}|^3}}$$

La **unidad de la magnitud inducción magnética se llama tesla (T)** en honor de Nikola Tesla, también se llama **densidad de flujo magnético** ya que equivale a: $1 \text{ T} = 1 \text{ Wb/m}^2$.

Un tesla es la **inducción magnética** uniforme que repartida normalmente sobre una superficie de 1 m^2 produce a través de esta superficie un flujo magnético total de 1 weber.

La **inducción magnética** también llamada **densidad de flujo magnético** (flujo magnético por unidad de superficie), equivale a:

$$\boxed{\Phi_m = \vec{B} \cdot \vec{S}} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 1 \text{ Wb} = 1 \text{ T} \cdot 1 \text{ m}^2 \\ 1 \text{ T} = 1 \frac{\text{Wb}}{\text{m}^2} \end{array} \right\} \quad \boxed{\vec{F}_{21} = \frac{\mu_0}{4\pi} I_2 I_1 \oint_2 d\vec{l}_2 \times \oint_1 \frac{d\vec{l}_1 \times \vec{u}_{21}}{|\vec{r}_{21}|^2}} \Rightarrow \left\{ \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{N}}{\text{A}^2} \right\}$$

$$\boxed{\vec{F}_{21} = I_2 \vec{L}_2 \times \vec{B}_{21}} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 1 \text{ N} = 1 \text{ A} \cdot 1 \text{ m} \cdot 1 \text{ T} \\ 1 \text{ T} = 1 \frac{\text{N}}{\text{A} \cdot \text{m}} \end{array} \right\} \quad \boxed{d\vec{B}_{21} = \frac{\mu_0}{4\pi} I_1 \frac{d\vec{l}_1 \times \vec{u}_{21}}{|\vec{r}_{21}|^2}} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{T} \cdot \text{m}}{\text{A}} \\ \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{T} \cdot \text{A} \cdot \text{m}}{\text{A}^2} \left(\frac{\text{N}}{\text{A}^2} \right) \end{array} \right\}$$

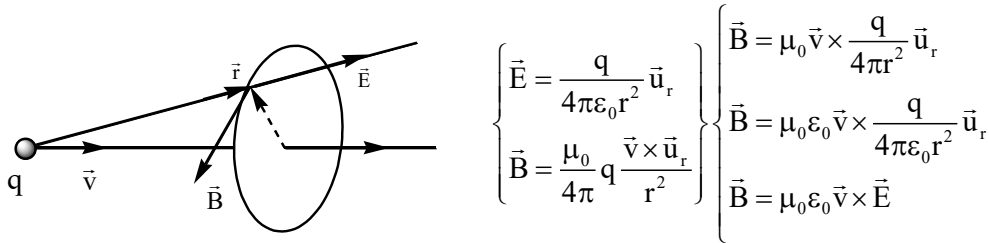
La **inducción magnética** en la superficie de la Tierra es de 10^{-4} T , en el espacio interestelar de 10^{-2} T , en un electroimán 1,5 T y en la superficie de una estrella de neutrones 10^8 T .

Ley de Biot y Savart para el campo magnético producido por una carga eléctrica

El campo magnético producido por una carga eléctrica q , que se mueve respecto de un punto O, con una velocidad v , viene dado por:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} q \frac{\vec{v} \times \vec{u}_r}{|\vec{r}|^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} q \frac{\vec{v} \times \vec{r}}{|\vec{r}|^3}$$

Es decir, una carga eléctrica en movimiento relativo al observador produce un campo magnético añadido a su campo eléctrico. La unidad de densidad de flujo magnético en el campo magnético B se denomina, en honor de Nikola Tesla, tesla: $1 \text{ T} = 1 \text{ Wb/m}^2$. Un tesla corresponde al campo magnético que produce una fuerza de un newton sobre una carga de un culombio moviéndose a una velocidad perpendicular al campo de un metro por segundo.



En un punto determinado, el vector campo magnético es perpendicular al vector velocidad de la carga y al vector posición del punto respecto de la carga. Para cargas que se mueven con una velocidad muy inferior a la velocidad de la luz ($v \ll c$):

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{u}_r \\ \vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} q \frac{\vec{v} \times \vec{u}_r}{r^2} \end{array} \right\} \quad \vec{B} = \mu_0 \vec{v} \times \frac{q}{4\pi r^2} \vec{u}_r = \mu_0 \epsilon_0 \vec{v} \times \frac{q}{4\pi \epsilon_0 r^2} \vec{u}_r = \mu_0 \epsilon_0 \vec{v} \times \vec{E}$$

Por tanto, aunque una carga en reposo produce sólo un campo eléctrico, **“una carga en movimiento relativo al observador, produce un campo eléctrico y un campo magnético”**. Estando los dos campos relacionados por la ecuación anterior.

Los campos eléctricos y magnéticos son simplemente dos aspectos de una propiedad fundamental de la materia, la carga eléctrica. Es más apropiado usar el término **campo electromagnético** para describir la situación física que implica cargas en movimiento.

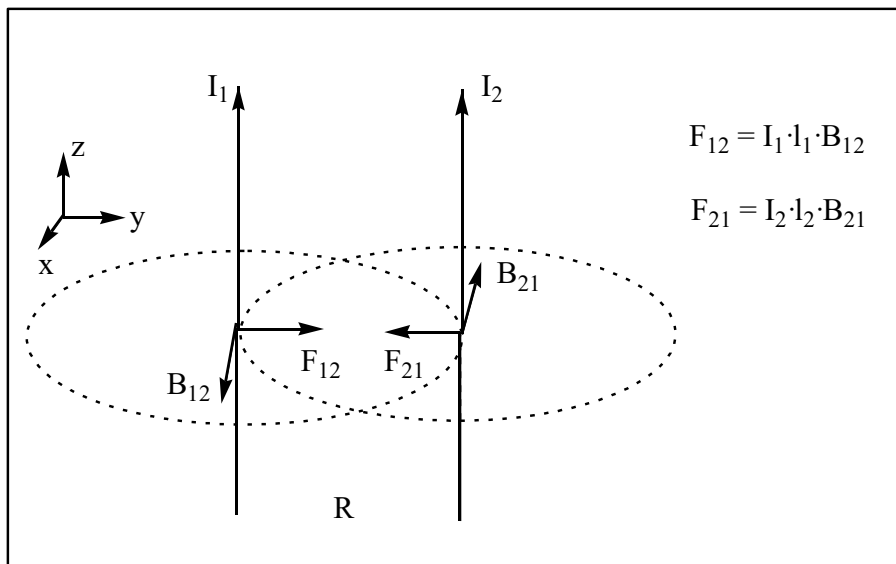
Otra propiedad interesante es la siguiente: **“dos observadores en movimiento relativo miden diferentes velocidades de la carga eléctrica en movimiento y por tanto también miden diferentes campos magnéticos”**. En otras palabras, **los campos magnéticos dependen del movimiento relativo de la carga y del observador**.

4.8 Efectos del campo magnético

Los efectos del campo magnético son las fuerzas magnéticas.

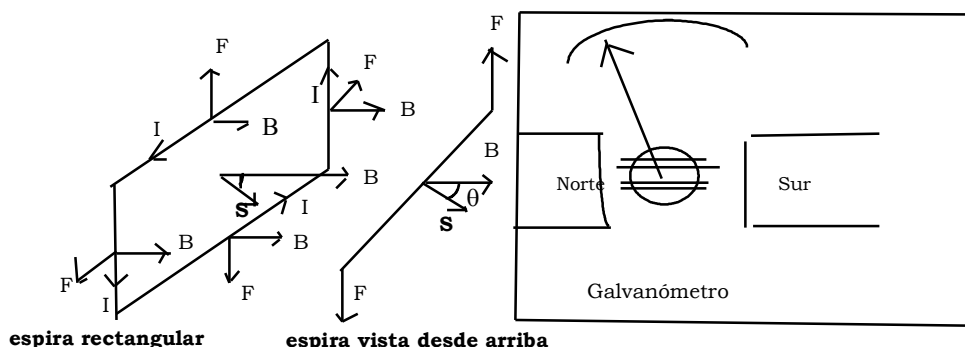
Fuerza magnética sobre una espira o sobre un hilo conductor debido a un campo magnético producido por otro hilo conductor:

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{F}_{12} = I_1 \oint d\vec{l}_1 \times \vec{B}_{12} \\ d\vec{F}_{12} = I_1 d\vec{l}_1 \times \vec{B}_{12} \\ \vec{B}_{12} = \frac{\mu_0}{4\pi} I_2 \oint \frac{d\vec{l}_2 \times \vec{u}_r}{R^2} \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \vec{F}_{21} = I_2 \oint d\vec{l}_2 \times \vec{B}_{21} \\ d\vec{F}_{21} = I_2 d\vec{l}_2 \times \vec{B}_{21} \\ \vec{B}_{21} = \frac{\mu_0}{4\pi} I_1 \oint \frac{d\vec{l}_1 \times \vec{u}_r}{R^2} \end{array} \right.$$



Los efectos del campo magnético sobre una espira rectangular son los siguientes: Analizamos el dibujo con la espira rectangular cuyo plano no está colocado perpendicularmente al campo magnético B

- Sobre cada lado del rectángulo aparece una fuerza magnética de valor $d\vec{F}_m = Id\vec{l} \times \vec{B}$
- Sobre los lados superior e inferior, las fuerzas son iguales pero de sentido contrario.
- Sobre los lados izquierdo y derecho, las fuerzas también son iguales, pero si la espira está girada, formando un ángulo, respecto al campo magnético B, aparece un par de fuerzas.
- El par de fuerzas, aplicado sobre la espira, genera un momento sobre la espira cuyo efecto es girar la espira hasta que esté perpendicular al campo magnético B. Lo que haría es que el vector superficie de la espira estuviese paralelo al campo magnético B hasta que el momento del par de fuerzas sea cero.

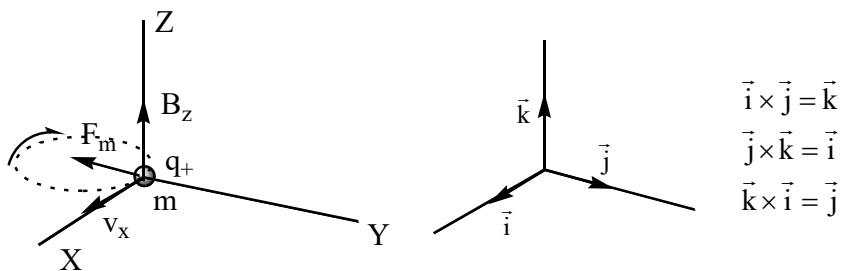


El momento del par de fuerzas: $d\vec{M} = \vec{r} \times d\vec{F} = \vec{r} \times (Id\vec{l} \times \vec{B})$ $\{ \vec{M} = I \oint \vec{r} \times (d\vec{l} \times \vec{B}) = I\vec{S} \times \vec{B} = \vec{m} \times \vec{B}$

Siendo **S** la superficie de la espira y **m** el momento magnético de la espira. El par de fuerzas tiende a orientar el momento magnético de la espira m paralelamente al campo magnético B.

Fuerza magnética sobre una carga eléctrica en movimiento: «La fuerza ejercida por un campo magnético B, sobre una carga eléctrica, en movimiento, es proporcional a la carga eléctrica y a la componente de la velocidad de la carga en una dirección perpendicular a la dirección del campo magnético:

$\vec{F}_m = q\vec{v} \times \vec{B}.$ »



$$\vec{F}_m = q\vec{v} \times \vec{B} = qv_x \vec{i} \times B_z \vec{k} = qv_x B_z (\vec{i} \times \vec{k}) = qv_x B_z (-\vec{j})$$

$$\vec{F}_m = q\vec{v} \times \vec{B} = q \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ v_x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & B_z \end{vmatrix} = q[-\vec{j}(v_x B_z - 0)] = -qv_x B_z \vec{j}$$

La dirección de la fuerza magnética es perpendicular al plano que forman los vectores velocidad y campo magnético. Si la velocidad es paralela a la dirección del campo magnético la fuerza magnética es cero.

Consideremos que la partícula se mueve en una región donde existen los campos eléctrico y magnético la fuerza total, denominada **fuerza de Lorentz**, será:

$$\vec{F}_{\text{Lorentz}} = \vec{F}_{\text{eléctrica}} + \vec{F}_{\text{magnética}} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

Conclusiones:

1. La fuerza magnética que siente una partícula cargada cuando lleva una velocidad v por un campo magnético B , es perpendicular al plano formado por los vectores velocidad e inducción magnética: $\vec{F}_m = q\vec{v} \times \vec{B} \Rightarrow \vec{F}_m \perp \vec{v}$. La fuerza magnética es perpendicular al vector desplazamiento de la partícula ($d\vec{r} = \vec{v} \cdot dt$) por lo que la fuerza magnética no realiza trabajo sobre ella porque dicha fuerza es perpendicular al desplazamiento. La consecuencia es que la partícula no cambia su energía cinética ni el módulo de su velocidad:

$$\left. \begin{matrix} \vec{F}_m \perp \vec{v} \\ W_{\text{por(campo-magnético)}} = \int_1^2 \vec{F}_m \cdot d\vec{r} = \int_1^2 \vec{F}_m \cdot \vec{v} dt = 0 \end{matrix} \right\} \begin{cases} W_{\text{por(campo-magnético)}} = \Delta E_c = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = 0 \\ |\vec{v}| = \text{cte} \Rightarrow \vec{a}_t = \frac{d|\vec{v}|}{dt} \cdot \vec{u}_t = 0 \end{cases}$$

2. La fuerza magnética está definida para cada punto del espacio por donde pasa la partícula cargada, y el efecto físico sobre la misma es aplicarle una aceleración centrípeta y no tangencial. El resultado sobre la carga es que ésta va a describir una trayectoria curvilínea sin cambiar el módulo de su velocidad.

$$\vec{F}_m = q\vec{v} \times \vec{B}$$

$$\vec{F}_m = m\vec{a} = m(\vec{a}_n + \vec{a}_t) = m(\vec{a}_n + 0) = m\vec{a}_n = m \frac{v^2}{R} \vec{u}_n$$

3. Si la partícula cargada se estuviera moviendo perpendicularmente a un campo magnético uniforme, es decir, con la misma intensidad y dirección en todos los puntos, entonces la fuerza es perpendicular a la velocidad y su efecto es cambiar la dirección de la velocidad sin cambiar su magnitud y el resultado es un movimiento circular uniforme.

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}(\vec{\omega} \times \vec{r}) = \frac{d\vec{\omega}}{dt} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times \frac{d\vec{r}}{dt}$$

$$\vec{a} = \vec{\alpha} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times \vec{v} = \vec{a}_t + \vec{a}_n$$

$$\vec{i} \times \vec{j} = \vec{k}$$

$$\vec{j} \times \vec{k} = \vec{i}$$

$$\vec{k} \times \vec{i} = \vec{j}$$

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{R} \Rightarrow \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}(\vec{\omega} \times \vec{R}) = \frac{d\vec{\omega}}{dt} \times \vec{R} + \vec{\omega} \times \frac{d\vec{R}}{dt} = \vec{\alpha} \times \vec{R} + \vec{\omega} \times \vec{v} = \vec{a}_t + \vec{a}_n$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{F}_m = q\vec{v} \times \vec{B} = m\vec{a}_n = m(\vec{\omega} \times \vec{v}) \\ \vec{F}_m = -q\vec{B} \times \vec{v} = m(\vec{\omega} \times \vec{v}) \end{array} \right\} -q\vec{B} = m\vec{\omega} \Rightarrow \boxed{\vec{\omega} = -\frac{q}{m}\vec{B}}$$

$$\vec{v} \perp \vec{B} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \vec{F}_m = q\vec{v} \times \vec{B} \\ \vec{F}_m = m\vec{a}_n = m\frac{v^2}{R}\vec{u}_n \end{array} \right\} |\vec{F}_m| = qvB = m\frac{v^2}{R} \Rightarrow \boxed{R = \frac{mv}{qB}}$$

El vector velocidad angular depende tanto del signo de la carga como del vector inducción magnética.

$$\vec{i} \times \vec{j} = \vec{k}$$

$$\vec{j} \times \vec{k} = \vec{i}$$

$$\vec{k} \times \vec{i} = \vec{j}$$

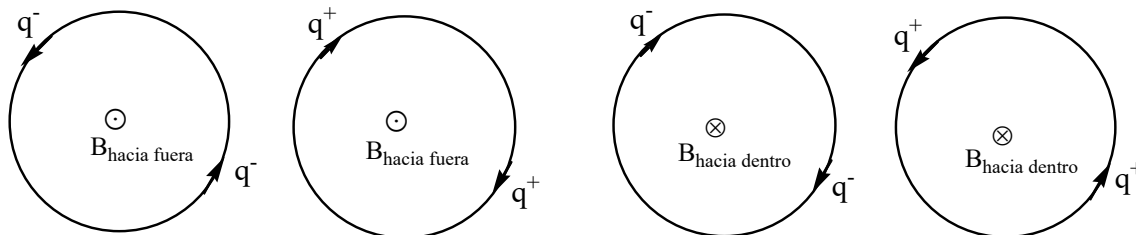
$$\vec{F}_m = q\vec{v} \times \vec{B} = qv_x \vec{i} \times B_z \vec{k} = qv_x B_z (\vec{i} \times \vec{k}) = -qv_x B_z \vec{j}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{F}_m = q\vec{v} \times \vec{B} = m\vec{a}_n = m(\vec{\omega} \times \vec{v}) \\ \vec{F}_m = -q\vec{B} \times \vec{v} = m\vec{\omega} \times \vec{v} \end{array} \right\} \vec{\omega} = -\frac{q}{m}\vec{B} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \omega_z = -\frac{|q_+|}{m}B_z \\ \omega_z = +\frac{|q_-|}{m}B_z \end{array} \right.$$

El período y la frecuencia de la partícula al describir el movimiento circular no dependen de la velocidad de la misma sino de su masa (m), de su carga (q) y de la inducción magnética (B):

$$v = \omega R = \frac{2\pi}{T} R \Rightarrow T = \frac{2\pi}{v} R = \frac{2\pi}{v} \frac{mv}{qB} \Rightarrow \boxed{T = \frac{2\pi m}{qB}} \quad \boxed{v = \frac{1}{T} = \frac{qB}{2\pi m}}$$

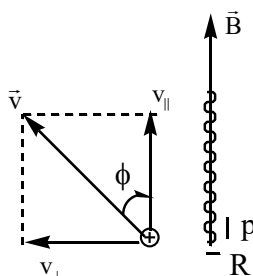
$$\vec{\omega} = -\frac{q}{m} \vec{B} \quad \left\{ \begin{array}{l} \otimes \vec{B} \text{ perpendicular hacia dentro página} \\ \odot \vec{B} \text{ perpendicular hacia nosotros desde página} \end{array} \right.$$



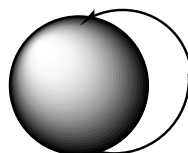
Éste fenómeno, viendo la dirección de giro de la carga al entrar en un campo magnético, tiene aplicación para determinar si una partícula está cargada positiva o negativamente. Si la partícula cargada se mueve inicialmente en una dirección que no es perpendicular al campo magnético, podemos separar la velocidad en dos componentes paralelo y perpendicular al campo. La componente paralela permanece constante y la componente perpendicular cambia continuamente en la dirección pero no en magnitud.

4. Si la velocidad de una partícula cargada tiene una componente paralela al campo magnético uniforme, la partícula se moverá en un camino helicoidal alrededor del vector campo magnético. La componente paralela de la velocidad al campo magnético (v_{\parallel}) determina el paso de rosca de la hélice (p), que es la distancia entre las vueltas adyacentes, y la componente perpendicular de la velocidad (v_{\perp}) determina el radio de la hélice, que es la magnitud que hay que poner en la ecuación.

$$\left\{ \begin{array}{l} v_{\parallel} = v \cos \phi \\ v_{\perp} = v \sin \phi \end{array} \right\} \quad R = \frac{mv_{\perp}}{qB} \quad \Rightarrow \quad T = \frac{2\pi R}{v_{\perp}} = \frac{2\pi mv_{\perp}}{v_{\perp} qB} = \frac{2\pi m}{qB} \quad p = v_{\parallel} T = v \cos \phi \frac{2\pi m}{qB}$$



$$\begin{aligned} v_{\parallel} &= v \cos \phi \\ v_{\perp} &= v \sin \phi \\ R &= \frac{mv_{\perp}}{qB} \Rightarrow T = \frac{2\pi R}{v_{\perp}} = \frac{2\pi mv_{\perp}}{v_{\perp} qB} = \frac{2\pi m}{qB} \\ p &= v_{\parallel} T = v \cos \phi \frac{2\pi m}{qB} \end{aligned}$$

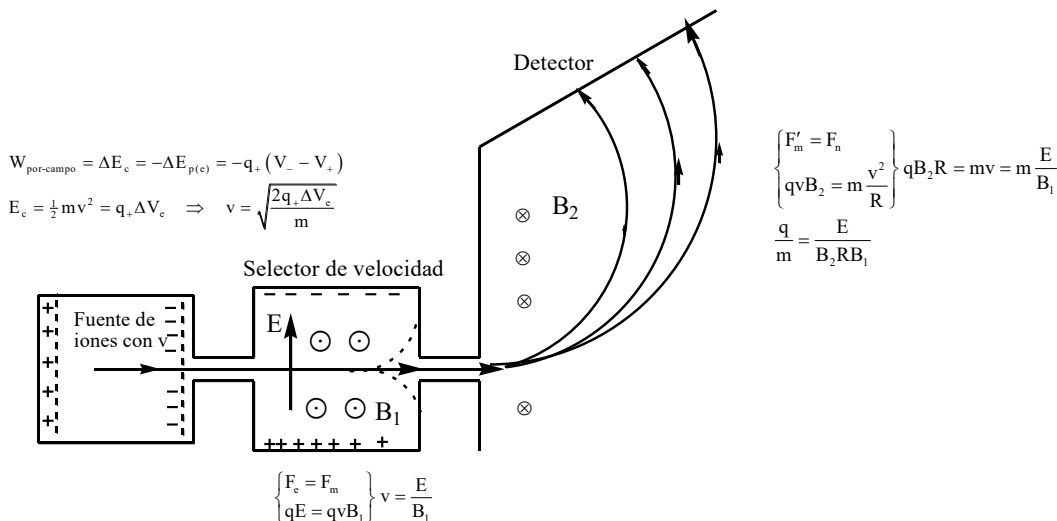


Si la partícula cargada gira en un campo magnético no-uniforme (campo magnético terrestre), siendo este bastante más intenso en los extremos (las líneas del campo están más próximas) que en el intermedio, la partícula se refleja desde cada extremo. Si la partícula se refleja desde los dos extremos esta queda atrapada en una “botella magnética”. Así, los electrones y los protones son atrapados por el campo magnético terrestre; las partículas atrapadas forman los cinturones de radiación Van Allen, las cuales forman un lazo por encima de la atmósfera terrestre entre los polos geomagnéticos de la Tierra, norte y sur. Las partículas rebotan hacia adelante y hacia atrás, desde un extremo a otro de esta botella magnética, en unos pocos segundos.

Cuando del Sol sale una gran erupción que expulsa electrones y protones energéticos dentro de los cinturones de radiación, se produce un campo eléctrico en la región donde los electrones normalmente se reflejan. Este campo elimina la reflexión y conduce los electrones al interior de la atmósfera, donde colisionan con átomos y moléculas del aire, causando que el aire emita luz. Esta luz forma la aurora, una cortina de luz que cuelga hacia abajo a una altitud de unos 100 km. La luz verde es emitida por el oxígeno, la rosa por el nitrógeno. El espesor es de 1 km de norte a sur.

Ejemplos de movimiento de partículas cargadas en un campo magnético

El espectrómetro de masas: Aparato que produce la separación de partículas de una determinada característica (masa y carga), y mide su proporción. Se emplea especialmente para medir la abundancia de los isótopos en una mezcla. Se aceleran los iones haciéndolos pasar por unas rendijas metálicas, una positiva y otra negativa, que tienen una diferencia de potencial, lo que contribuye a la variación de su energía cinética. Posteriormente, los iones se encuentran con un campo eléctrico E y otro magnético B₁ que hacen las veces de selector de velocidades, seleccionando con una velocidad determinada. Luego pasan a una zona con un campo magnético uniforme B₂, que es perpendicular a su trayectoria, lo que hace que describan una semi-circunferencia, en un sentido o en otro dependiendo de la carga, hasta chocar con una placa fotográfica.



Los iones positivos, q₊, pasan las placas metálicas, ΔV_c, siendo el trabajo realizado por el campo eléctrico igual al incremento en la energía cinética de los iones:

$$W_{\text{por-campo}} = \Delta E_c = \frac{1}{2}mv^2 = -\Delta E_{p(e)} = -q_+ (V_- - V_+) = q_+ (V_+ - V_-) = q_+\Delta V_c \quad \left\{ v = \sqrt{\frac{2q_+\Delta V_c}{m}} \right.$$

En el selector de velocidad (campos E y B₁) se seleccionan iones por una velocidad determinada:

$$\vec{F} = \vec{F}_e + \vec{F}_m = 0 \Rightarrow q\vec{E} = -q\vec{v} \times \vec{B}_1 \Rightarrow E = vB_1 \Rightarrow v = \frac{E}{B_1}$$

Los seleccionados con la velocidad v, entran en el campo magnético B₂ siendo la fuerza magnética igual a la fuerza centrípeta, ya que los iones giran describiendo una circunferencia:

$$\vec{F}_m = q\vec{v} \times \vec{B}_2 = m\vec{a}_n \Rightarrow qvB_2 = m \frac{v^2}{R} \Rightarrow qB_2R = mv = m \frac{E}{B_1} \Rightarrow \boxed{\frac{q}{m} = \frac{E}{B_2RB_1}}$$

La relación sin considerar el selector de velocidades es:

$$\vec{v} \perp \vec{B} \Rightarrow F_m = qvB_2 = m \frac{v^2}{R} \Rightarrow v = \frac{qB_2R}{m} = \sqrt{\frac{2q\Delta V}{m}} \Rightarrow \frac{q^2B_2^2R^2}{m^2} = \frac{2q\Delta V}{m} \Rightarrow \boxed{\frac{q}{m} = \frac{2\Delta V}{B_2^2R^2}}$$

Se obtiene que la relación carga a masa de la partícula es función de la diferencia de potencial eléctrica, del campo magnético y del radio de la circunferencia descrita. Esta técnica se puede aplicar a electrones, protones y otras partículas cargadas, átomos o moléculas. Si medimos la carga independientemente, podemos obtener la masa de la partícula.

El experimento con el espectrómetro de masas se usa también para obtener la variación del momento con la velocidad de una partícula que se mueve con diferentes velocidades. Se ha encontrado que, considerando que la carga q permanece constante, el momento lineal p varía con la velocidad no de la forma conocida $p = mv$, sino como se expresa mediante la teoría de la relatividad:

$$R = \frac{mv}{qB} = \frac{p}{qB} \quad \{p = qBR\} \quad \bar{p} = m\bar{v}_{propia} = \frac{m\bar{v}_{relativa}}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

Por tanto, la carga eléctrica es invariante, es la misma para todos los observadores en movimiento relativo uniforme, pero el momento de la partícula varía en total acuerdo con las predicciones de la teoría de la relatividad.

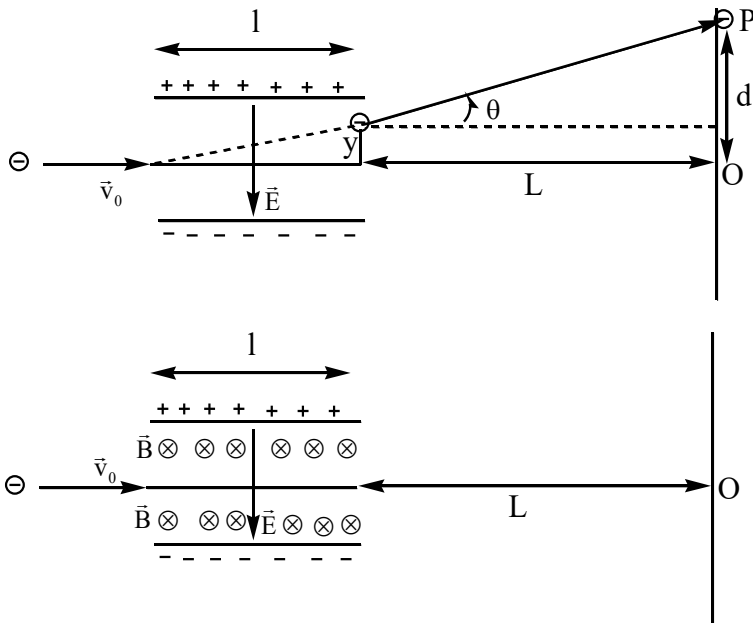
El experimento de Thomson: Este experimento, realizado por J. J. Thomson en 1897, sirvió para descubrir la naturaleza de los rayos catódicos. Llegó a la conclusión de que eran partículas cargadas negativamente y determinó la relación q/m . Hoy se aplican en los tubos de TV y en los osciloscopios.

Se hacen pasar los rayos catódicos entre dos placas, de longitud l , una positiva y la otra negativa. Entre las placas existe un campo eléctrico E , que es perpendicular a la trayectoria de entrada de los rayos catódicos (electrones), y estos se desvían de su trayectoria, formando un ángulo θ , hasta que impactan en la pantalla, a una distancia L de las placas, y a una distancia d de la trayectoria rectilínea inicial:

$$F_e = qE = ma \quad \left\{ \begin{array}{l} x = v_{0x} t \\ y = \frac{1}{2} at^2 = \frac{1}{2} \frac{qE}{m} \frac{x^2}{v_{0x}^2} \end{array} \right\} \quad \tan \theta = \left(\frac{dy}{dx} \right)_{x=l} = \frac{qEl}{mv_{0x}^2}$$

Cuando el haz de electrones, todos con el mismo valor de cociente q/m , pasan por el campo eléctrico se desvían de acuerdo con su velocidad o energía cinética. En la pantalla, colocada a una distancia L , chocan todas las partículas (con igual q/m y v_0) en el mismo punto P . Considerando que el ángulo de desviación θ es aproximadamente igual a d/L , debido a que el desplazamiento vertical, y , es pequeño comparado con d si L es grande, tenemos:

$$\tan \theta = \left(\frac{dy}{dx} \right)_{x=l} = \frac{qEl}{mv_{0x}^2} = \frac{d}{L} \Rightarrow \boxed{\frac{q}{m} = \frac{v_{0x}^2 d}{El}}$$



$$x = v_{0x} t$$

$$y = \frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2} \frac{qE}{m} \frac{x^2}{v_{0x}^2}$$

$$\tan \theta = \left(\frac{dy}{dx} \right)_{x=L} = \frac{qEl}{m v_{0x}^2} \approx \frac{d}{L}$$

$$q_e E = q_e v_0 B \quad \{ E = v_0 B$$

$$\frac{q_e}{m_e} = \frac{v_0^2 d}{E l L} = \frac{\left(\frac{E}{B} \right)^2 d}{E l L} = \frac{E d}{B^2 l L}$$

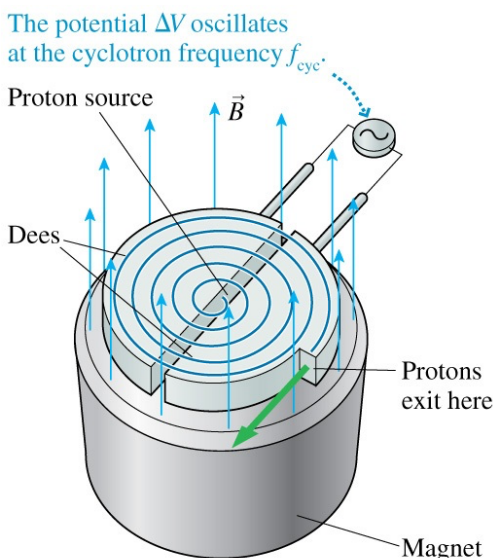
Por lo que podemos obtener la relación q/m si conocemos los valores v₀, d, E, l y L.

Para conocer el valor v₀, aplicamos un campo magnético B, en la zona del campo eléctrico E, que sea perpendicular a este y a la trayectoria de los electrones. El valor del campo magnético ha de ser de un valor que ahora los electrones no se desvíen, es decir, que como resultado la fuerza neta sea cero y la mancha luminosa en la pantalla pase del punto P al punto O.

$$\vec{F}_{\text{neta}} = \vec{F}_e + \vec{F}_m = 0 \Rightarrow q_e \vec{E} + q_e \vec{v} \times \vec{B} = 0 \Rightarrow \vec{E} + \vec{v} \times \vec{B} = 0 \Rightarrow \boxed{\vec{E} = -\vec{v} \times \vec{B}}$$

$$E = v_0 B \Rightarrow \frac{q}{m} = \frac{v_{0x}^2 d}{E l L} = \frac{\left(\frac{E}{B} \right)^2 d}{E l L} = \frac{E d}{B^2 l L}$$

El ciclotrón: El ciclotrón es un aparato que sirve para acelerar partículas cargadas. Desde el punto de vista eléctrico se pueden acelerar partículas cargadas haciendo que pasen por una zona en la que exista una diferencia de potencial alta, pero para conseguir que una partícula cargada tenga una alta energía cinética (alta velocidad) se necesitan diferencias de potencial muy altas.



Hemos visto que una partícula cargada en un campo magnético sigue un camino circular. El ciclotrón se dice que es un acelerador cíclico, es decir, que acelera cíclicamente o cada cierto tiempo, a una carga eléctrica que pasa muchas veces a través de una diferencia de potencial relativamente pequeña.

El ciclotrón consiste en una cavidad cilíndrica dividida en dos mitades (llamadas Dees por la forma) y situadas en un campo magnético uniforme paralelo a sus ejes. Las dos Dees están eléctricamente aisladas una de la otra.

En el centro de la cavidad cilíndrica entre las dos Dees, en la que está hecho el vacío, se coloca la fuente de iones. Se aplica entre las Dees una diferencia de potencial alternativa del orden de 10 kV.

La clave del funcionamiento del ciclotrón es que la frecuencia, ν, con la que dan vueltas las partículas (protón) en el campo magnético debe ser igual a la frecuencia, ν_{osc},

fijada por el oscilador eléctrico conectado a las Dees. Ello porque la frecuencia de oscilación de las partículas cargadas no depende de su velocidad. La condición de resonancia $v = v_{osc}$ significa que si la energía de la partícula circulando se incrementa, la energía debe ser proporcionada en una frecuencia v_{osc} que es igual a la frecuencia natural a la cual la partícula circula en el campo magnético:

$$v = v_{osc} \left\{ v = \frac{1}{T} = \frac{qB}{2\pi m} \right\} \quad qB = 2\pi m v_{osc}$$

Por ejemplo, para el protón q y m son constantes y el oscilador lo hace a una frecuencia v_{osc} , por lo que cambiando el campo magnético B podemos conseguir que $qB = 2\pi m v_{osc}$, y entonces los protones salen como un chorro del ciclotrón.

Ejemplos:

1) Un ciclotrón tiene una frecuencia de oscilación, que es la frecuencia de la tensión alterna aplicada a las Dees, de 10^7 Hz y el radio de las Dees es de 50 cm. Determine: a) el campo magnético que se necesita para acelerar los protones generados en el centro y sin velocidad inicial; b) la energía cinética de los protones resultantes.

Solución:

En el ciclotrón la frecuencia v con la que dan vueltas los protones en el campo magnético debe ser igual a la frecuencia v_{osc} fijada por el oscilador eléctrico conectado a las Dees.

$$v = v_{osc} \left\{ \begin{array}{l} \vec{F}_m = q\vec{v} \times \vec{B} = m\vec{a}_n \\ \vec{v} \perp \vec{B} \Rightarrow F_m = qvB = m \frac{v^2}{R} \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} qB = m \frac{v}{R} = m\omega = m2\pi v \\ B = \frac{m2\pi v}{q} = \frac{1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \times 2\pi \times 10^7 \text{ Hz}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}} = 0,656 \text{ T} \end{array} \right.$$

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(\omega R)^2 = \frac{1}{2}m(2\pi v R)^2 = \frac{1}{2} \times 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \times (2\pi \times 10^7 \text{ Hz} \times 0,50 \text{ m})^2$$

$$E_c = 8,20 \cdot 10^{-13} \text{ J} = 5,16 \cdot 10^{-6} \text{ eV}$$

4.9 Dipolos magnéticos

Cuando una partícula cargada se mueve en una órbita cerrada, como un electrón en un átomo, produce un campo magnético en el que las líneas de fuerza dan vueltas con la órbita. Las líneas de fuerza siguen a la partícula en su movimiento, si la partícula se mueve muy rápidamente el campo magnético es el promedio estadístico del campo producido en cada instante. Siendo el cálculo bastante complejo.

Si la partícula se mueve con movimiento circular uniforme, la velocidad de la partícula es $v = \omega r$, siendo ω la velocidad angular que es perpendicular al radio r . Por tanto, el campo magnético en el centro es igual

a $B = \frac{\mu_0 qV}{4\pi r^2}$. El momento angular de la partícula es $|\vec{L}| = |\vec{r} \times \vec{p}| = rmv$. Y, el campo magnético en O en

$$\text{función de L es igual a: } B = \frac{\mu_0 qV}{4\pi r^2} \left\{ |\vec{L}| = |\vec{r} \times \vec{p}| = rmv \right\} \quad B = \frac{\mu_0 q|\vec{L}|}{4\pi mr^3}$$

Una partícula cargada describiendo una pequeña órbita, como un electrón atómico, constituye un dipolo magnético. Se define el momento magnético de la partícula cargada en una órbita cerrada y el campo magnético

$$\vec{M} = \frac{q}{2m} \vec{L} \quad \left\{ \begin{array}{l} B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2|\vec{M}|}{r^3} \end{array} \right.$$

4.10 Análisis comparativo entre las interacciones eléctrica y magnética entre dos cargas en movimiento relativo

Considera dos cargas q y q', en movimiento relativo y con velocidades relativas v y v' respecto de un observador O. La fuerza eléctrica producida por q' sobre q y medida por O es qE. El campo magnético producido por q' es del orden de magnitud de v'E/c² y la magnitud de la fuerza sobre q es del orden de

$$\vec{B} = \mu_0 \epsilon_0 \vec{v}' \times \vec{E} = \frac{1}{c^2} \vec{v}' \times \vec{E} \quad \left\{ \begin{array}{l} F_m = qvB = qv \left(\frac{v'E}{c^2} \right) = \frac{vv'}{c^2} qE = \frac{vv'}{c^2} F_e \end{array} \right\} \quad \frac{F_m}{F_e} \approx \frac{vv'}{c^2}$$

Si las velocidades de las cargas son pequeñas, en comparación con la velocidad de la luz, la fuerza magnética es muy inferior a la fuerza eléctrica. Sin embargo, si las cargas tienen una velocidad del orden de 10⁶ m/s, que es la velocidad de los electrones en los átomos, entonces la relación F_m/F_e es del orden de 10⁻⁴.

4.11 Ecuación del campo magnético producido por un hilo conductor por el que pasa una corriente eléctrica

Queremos calcular el campo magnético producido por el hilo conductor, por el que pasa una corriente eléctrica de intensidad I, en un punto P que está a una distancia R desde el punto O que es el más cercano del hilo.

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \cdot \vec{u}_t \quad \Leftrightarrow \quad d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} I \frac{d\vec{l} \times \vec{u}_r}{r^2} \quad \Rightarrow \quad \vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} I \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\vec{l} \times \vec{u}_r}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} I \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\text{sen } \theta \cdot \vec{u}_t}{r^2} dl$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{sen } \theta = \frac{R}{r} \Rightarrow r^2 = \frac{R^2}{\text{sen}^2 \theta} \\ \left. \begin{array}{l} \tan \theta = -\frac{R}{l} = \frac{\text{sen } \theta}{\cos \theta} \Rightarrow 1 = -R \frac{\cos \theta}{\text{sen } \theta} \\ \frac{dl}{d\theta} = -R \frac{\text{sen } \theta (-\text{sen } \theta) - \cos \theta \cdot \cos \theta}{\text{sen}^2 \theta} = \frac{R}{\text{sen}^2 \theta} \end{array} \right\}
$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} I \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\text{sen } \theta \cdot \vec{u}_t}{r^2} dl = \frac{\mu_0}{4\pi} I \int_0^\pi \frac{\text{sen } \theta \cdot \vec{u}_t}{\frac{R^2}{\text{sen}^2 \theta}} \frac{R}{\text{sen}^2 \theta} d\theta$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \int_0^\pi \text{sen } \theta d\theta \cdot \vec{u}_t = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} [-\cos \theta]_0^\pi \cdot \vec{u}_t = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} [+1 + 1] \cdot \vec{u}_t = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \cdot \vec{u}_t$$$$

Consideremos un hilo conductor recto de longitud infinita, en el eje Y, con la intensidad de corriente dirigida hacia el eje positivo. Sea un diferencial del hilo, dl, a una distancia l, sobre OY, del punto O, y que se encuentra a una distancia r del punto P. Se forma un triángulo rectángulo de cateto, sobre el eje OY, de longitud l, el cateto sobre el eje OX, de longitud R, y la hipotenusa de longitud r. Siendo θ el ángulo formado por el sentido de la corriente y el vector de posición desde dl hasta el punto P. El campo magnético, dB, producido por dl en P vendrá dado por la ley de Biot-Savart.

Con-

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \cdot \vec{u}_t \Leftrightarrow d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} I \frac{d\vec{l} \times \vec{u}_r}{r^2} \Rightarrow \vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} I \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\vec{l} \times \vec{u}_r}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} I \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\text{sen } \theta \cdot \vec{u}_t}{r^2} dl$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{sen } \theta = \frac{R}{r} \Rightarrow r^2 = \frac{R^2}{\text{sen}^2 \theta} \\ \tan \theta = -\frac{R}{l} = \frac{\text{sen } \theta}{\cos \theta} \Rightarrow l = -R \frac{\cos \theta}{\text{sen } \theta} \\ \frac{dl}{d\theta} = -R \frac{\text{sen } \theta (-\text{sen } \theta) - \cos \theta \cdot \cos \theta}{\text{sen}^2 \theta} = \frac{R}{\text{sen}^2 \theta} \end{array} \right\}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} I \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\text{sen } \theta \cdot \vec{u}_t}{r^2} dl = \frac{\mu_0}{4\pi} I \int_0^\pi \frac{\text{sen } \theta \cdot \vec{u}_t}{\frac{R^2}{\text{sen}^2 \theta}} \frac{R}{\text{sen}^2 \theta} d\theta$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \int_0^\pi \text{sen } \theta d\theta \cdot \vec{u}_t = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} [-\cos \theta]_0^\pi \cdot \vec{u}_t = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} [+1 + 1] \cdot \vec{u}_t = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \cdot \vec{u}_t$$

4.12 Relación entre el campo magnético de una corriente y el campo magnético de una carga en movimiento

Supongamos un conductor de sección \vec{S} , en el que hay n partículas cargadas por unidad de volumen, cada una con una carga q . Si les aplicamos un campo eléctrico se mueven, en la misma dirección, con una velocidad \vec{v} . Las cargas que en el tiempo Δt pasan a través de una sección son las que están dentro del volumen limitado por $\vec{S}\vec{v}\Delta t$. La carga $\Delta Q = qn\vec{S}\vec{v}\Delta t$ y la corriente I serán:

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{qn(\vec{S}\vec{v}\Delta t)}{\Delta t} = qn\vec{S}\vec{v} \Rightarrow \vec{j} = \frac{I}{S} = qn\vec{v} \Rightarrow \boxed{Id\vec{l} = (\vec{j}\vec{S})d\vec{l} = \vec{j}dV = nq\vec{v}dV}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{Id\vec{l} \times \vec{u}_r}{|\vec{r}|^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{q\vec{v} \times \vec{u}_r}{|\vec{r}|^2} n dV \Rightarrow \boxed{\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q\vec{v} \times \vec{u}_r}{|\vec{r}|^2}}$$

4.13 Ley de Ampère

Considera una corriente rectilínea infinita de intensidad I . El campo magnético en un punto P a una distancia r desde la corriente es perpendicular a OP .

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \vec{u}_t \Rightarrow \boxed{C = fmm = \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} 2\pi R = \mu_0 I}$$

La circulación magnética es proporcional a la corriente eléctrica I , y es independiente del radio de la trayectoria cerrada. Por tanto, si dibujamos diversos círculos alrededor de la corriente I , la circulación magnética, alrededor de todos ellos, es la misma y es igual a $\mu_0 I$.

Haciendo un análisis más elaborado, se obtiene que la ecuación anterior es válida para cualquier forma de la corriente, y no necesariamente la rectilínea. Si tenemos varias corrientes I_1, I_2, I_3, \dots unidas por una línea cerrada, cada corriente contribuye a la circulación del campo magnético a lo largo de la línea cerrada.

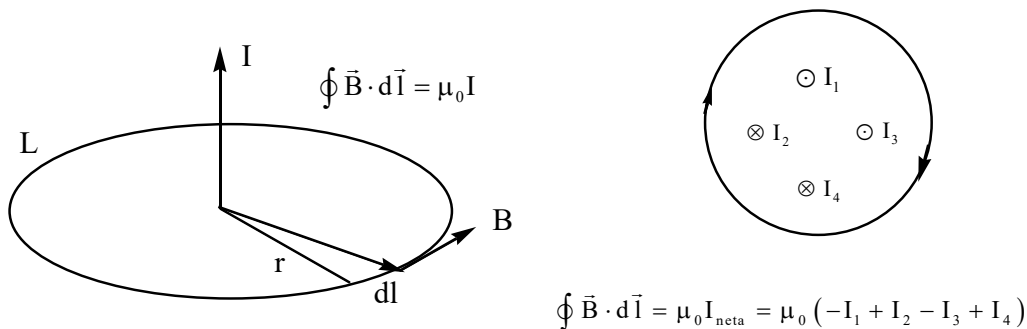
La ley de Ampère: «La circulación del campo magnético (fuerza magnetomotriz) a lo largo de una línea cerrada, que enlaza las corrientes I_1, I_2, \dots , es igual al producto de la permeabilidad magnética del vacío por la intensidad neta que pasa por el interior de la trayectoria cerrada.

$$\boxed{\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I = \mu_0 (I_1 + I_2 + I_3 + \dots)} \text{.} \text{.} \text{.}$$

En electrostática usamos la ley de Coulomb para calcular el campo eléctrico causado por una distribución de cargas. Sin embargo, para distribuciones complejas utilizamos la ley de Gauss. La situación en el estudio

del magnetismo es similar. Podemos calcular el campo magnético causado por una distribución de corriente con la ley de Biot y Savart (equivalente magnética a la ley de Coulomb), pero en casos complicados utilizaremos la ley de Ampère. Las dos leyes son uniones entre una distribución de corriente y el campo magnético que ella genera.

Para calcular la intensidad neta, consideramos que una corriente es positiva si pasa a través de la trayectoria cerrada, L, en el sentido indicado por el dedo pulgar de la mano derecha, al tener la mano derecha cerrada y los dedos restantes indicando la dirección del camino cerrado L.

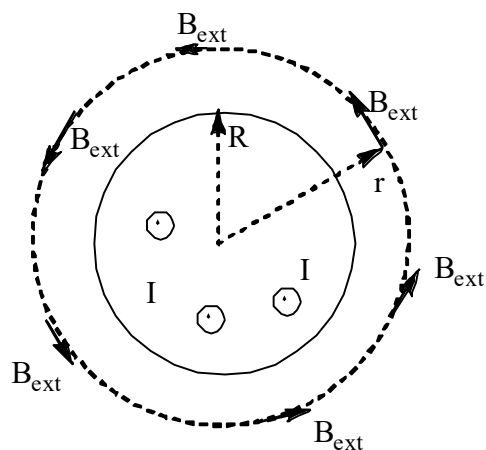


Aplicaciones de la ley de Ampère

1) Campo magnético producido por una corriente rectilínea a lo largo de un cilindro circular, de radio R, si la distancia $r > R$:

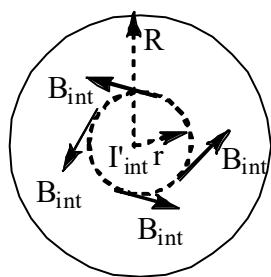
$$\oint_L \vec{B}_{\text{exterior}} \cdot d\vec{l} = B_{\text{ext}} \oint_L dl = B_{\text{ext}} L = B_{\text{ext}} 2\pi r = \mu_0 I$$

$$B_{\text{ext}} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$



2) Campo magnético producido, a una distancia r, por una corriente rectilínea a lo largo de un cilindro circular, de radio R, si la distancia $r < R$.

Tenemos dos posibilidades **a)** si la corriente se realiza a lo largo de la superficie del cilindro, como puede ocurrir si el conductor es un cilindro rodeado de metal, la corriente a través de L' es cero y la ley de Ampère da $B \cdot 2\pi \cdot r = \mu_0 \cdot I' = 0$ ($r < R$); **b)** la otra posibilidad es que la corriente esté uniformemente distribuida a través de la sección que cruza el conductor, la corriente por unidad de área es constante, luego la corriente a través de L' es

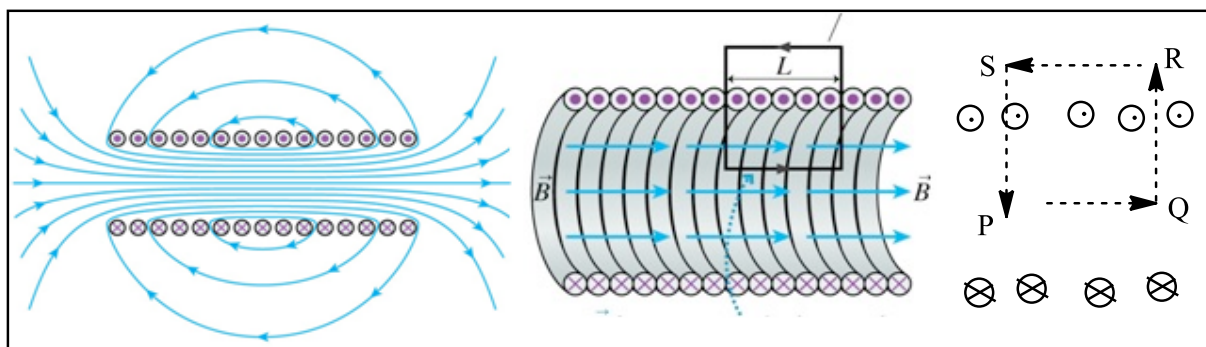


$$\oint_L \vec{B}_{interior} \cdot d\vec{l} = B_{int} \oint_L dl = B_{int} L' = B_{int} 2\pi r = \mu_0 I'_{int} \Rightarrow B_{int} = \frac{\mu_0 I'_{int}}{2\pi r}$$

$$\left\{ \frac{I}{\pi R^2} = \frac{I'_{int}}{\pi r^2} \right\} \quad \boxed{B_{int} = \frac{\mu_0 I'_{int}}{2\pi r} = \frac{\mu_0 I \pi r^2}{2\pi r \pi R^2} = \frac{\mu_0 I r^2}{2\pi r R^2} = \frac{\mu_0 I r}{2\pi R^2}}$$

3) Campo magnético en el centro de un solenoide muy largo: Consideremos un solenoide que tiene n vueltas por unidad de longitud llevando una corriente I. Si las vueltas están muy próximas en el espacio y el solenoide es muy largo, el campo magnético está enteramente confinado en su interior, como se confirma experimentalmente.

Si aplicamos la ley de Ampère a un camino correspondiente a un rectángulo que tiene la base inferior dentro del solenoide, y paralela al campo, y la base superior fuera del solenoide. Al calcular la circulación del campo magnético en el rectángulo PQRS: $\oint_{PQRS} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{rodeada}$. Donde B es el campo magnético uniforme dentro del solenoide y fuera es cero. La contribución de los lados que hacen de altura a la circulación del campo es cero porque son perpendiculares al campo, la contribución de la base superior también es cero por no existir campo. Por tanto, sólo contribuye la base interior del solenoide.



La corriente encerrada en el **rectángulo Amperiano PQRS** es toda la corriente que pasa por el rectángulo.

- Llamamos **n** el número de vueltas por unidad de longitud del solenoide: $n = N/l$.
- Sea $x = PQ$ la anchura del rectángulo, entonces el rectángulo encierra $n \cdot x$ vueltas.
- Por tanto, la intensidad rodeada por el cuadrado PQRS es $I_{rodeada} = I \cdot nx$.

Aplicando la ley de Ampère:

$$\oint_{PQRS} \vec{B}_{solenoid} \cdot d\vec{l} = \int_P^Q \vec{B} \cdot d\vec{l} + \int_Q^R \vec{B} \cdot d\vec{l} + \int_R^S \vec{B} \cdot d\vec{l} + \int_S^P \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{rodeada} = \mu_0 Inx$$

$$\int_P^Q \vec{B} \cdot d\vec{l} + \int_Q^R \vec{B} \cdot d\vec{l} + \int_R^S \vec{B} \cdot d\vec{l} + \int_S^P \vec{B} \cdot d\vec{l} = B \cdot \overline{PQ} \cdot \cos 0^\circ + B \cdot \overline{QR} \cdot \cos 90^\circ + 0 + B \cdot \overline{PS} \cdot \cos 90^\circ$$

$$\oint_{PQRS} \vec{B}_{solenoid} \cdot d\vec{l} = B_{solenoid} \cdot \overline{PQ} = B_{solenoid} \cdot x = \mu_0 I_{rodeada} = \mu_0 Inx \Rightarrow B_{solenoid} = \mu_0 In$$

$$\boxed{B_{solenoid} = \mu_0 nI}$$

4.14 Comparación entre el campo eléctrico y el magnético estacionario

Los campos magnéticos difieren de los campos eléctricos en algunos aspectos:

1. Los campos magnéticos son producidos por cargas eléctricas en movimiento relativo al observador, tales como una corriente eléctrica, y los campos eléctrico por cargas en reposo relativo.
2. Las líneas de fuerza del campo magnético son cerradas, es decir, no comienzan en algún punto y terminan en otro, sino que están curvadas alrededor de las cargas en movimiento o de la corriente eléctrica. Esto se debe a que no se han encontrado los polos magnéticos o “masas magnéticas”.
3. Si consideramos una superficie cerrada en el interior de un campo magnético, el flujo magnético entrante es igual al saliente. Por lo que decimos que el flujo del campo magnético a través de una superficie cerrada es siempre cero. El flujo del campo eléctrico a través de una superficie cerrada no es cero, es igual a la relación entre la carga neta en su interior y la permitividad del vacío.
4. El campo magnético no es conservativo ya que la circulación del campo magnético a lo largo de una trayectoria cerrada no es cero. El campo eléctrico sí es conservativo.
5. Como el campo magnético no es conservativo no podemos asociar, en cada punto del espacio de un campo magnético, una energía potencial magnética asociada a una carga en movimiento, ni a masa magnética o a carga magnética.

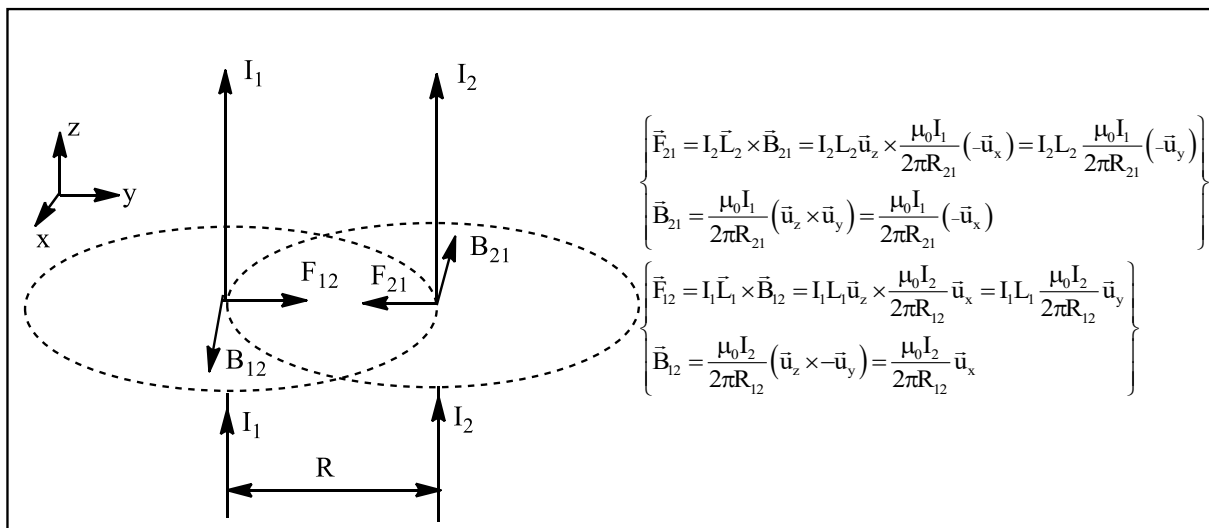
4.15 Fuerzas entre corrientes. Definición de ampère o amperio

Considera dos conductores rectilíneos y paralelos, con corrientes rectilíneas de intensidades I y I' , que van en el mismo sentido. La fuerza que ejerce un conductor rectilíneo sobre el otro será F' y F . El hilo conductor que lleva la corriente I atrae a la I' con una fuerza por unidad de longitud f :

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{F}_{21} = I_2 \vec{L}_2 \times \vec{B}_{21} = I_2 L_2 \vec{u}_z \times \frac{\mu_0 I_1}{2\pi R_{21}} (-\vec{u}_x) = I_2 L_2 \frac{\mu_0 I_1}{2\pi R_{21}} (-\vec{u}_y) \\ \vec{B}_{21} = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi R_{21}} (\vec{u}_z \times \vec{u}_y) = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi R_{21}} (-\vec{u}_x) \end{array} \right\} \vec{f}_{21} = \frac{\vec{F}_{21}}{L_2} = I_2 \frac{\mu_0 I_1}{2\pi R_{21}} (-\vec{u}_y)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{F}_{12} = I_1 \vec{L}_1 \times \vec{B}_{12} = I_1 L_1 \vec{u}_z \times \frac{\mu_0 I_2}{2\pi R_{12}} \vec{u}_x = I_1 L_1 \frac{\mu_0 I_2}{2\pi R_{12}} \vec{u}_y \\ \vec{B}_{12} = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi R_{12}} (\vec{u}_z \times -\vec{u}_y) = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi R_{12}} \vec{u}_x \end{array} \right\} \vec{f}_{12} = \frac{\vec{F}_{12}}{L_1} = I_1 \frac{\mu_0 I_2}{2\pi R_{12}} \vec{u}_y$$

$\vec{f}_{21} = -\vec{f}_{12} \quad \Rightarrow \quad \vec{f}_{21} = \vec{f}_{12} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi R_{12}} \quad \begin{array}{l} I_1 = I_2 = 1\text{A} \\ R_{12} = 1\text{m} \end{array} \quad \Rightarrow \quad \vec{f}_{21} = \vec{f}_{12} = \frac{4\pi 10^{-7} \frac{\text{N}}{\text{A}^2} \times 1\text{A} \times 1\text{A}}{2\pi \times 1\text{m}} = 2 \cdot 10^{-7} \frac{\text{N}}{\text{m}}$
--



Por tanto, obtenemos que: **“dos hilos con corrientes paralelas en la misma dirección se atraen mutuamente con una fuerza inversamente proporcional a su separación como resultado de su interacción magnética; si las corrientes paralelas están en dirección opuesta, se repelen mutuamente”**.

En función del valor numérico fijado de la carga elemental e de $1,602176634 \cdot 10^{-19} \text{ C} = \text{A} \cdot \text{s}$ donde el segundo se define en términos de $\Delta\nu_{\text{Cs}}$.

En función de la frecuencia de transición hiperfina del estado fundamental del Cesio-133 (^{133}Cs).

Segundo: Es igual a la duración de 9.192.631.770 períodos de la radiación correspondiente a la transición entre los dos niveles hiperfinos del estado fundamental del átomo de Cesio-133 (^{133}Cs).

$$\Delta\nu_{\text{Cs}} = 9.192.631.770 \text{ Hz (s}^{-1}\text{)}.$$

$$1 \text{ Hz} = \Delta\nu_{\text{Cs}} / 9.192.631.770 \text{ s}^{-1}.$$

$$1 \text{ s} = 9.192.631.770 / \Delta\nu_{\text{Cs}}.$$

$$1 \text{ A} = (e/1,602176634 \cdot 10^{-19}) \cdot \text{s}^{-1} = (e/1,602176634 \cdot 10^{-19}) \cdot (1/9.192.631.770) \cdot \Delta\nu_{\text{Cs}}.$$

$$1 \text{ A} = 6,789687 \cdot 10^8 e \cdot \Delta\nu_{\text{Cs}} [\text{A} \cdot \text{s} \cdot \text{s}^{-1} = \text{A}]$$

Definición de amperio:

«Un amperio es la corriente eléctrica correspondiente al flujo de $6,25 \cdot 10^{18}$ cargas elementales ($1/1,602176634 \cdot 10^{-19}$ cargas elementales) por segundo.»

Por tanto, el culombio se define como la cantidad de carga que fluye cruzando la sección transversal de un conductor en un segundo cuando la corriente es de un amperio.

A continuación vamos a estudiar las leyes del campo electromagnético considerando campos que varían con el tiempo y veremos que un campo magnético variante con el tiempo requiere la presencia de un campo eléctrico (ley de Faraday-Henry) y un campo eléctrico variante con el tiempo requiere un campo magnético (ley de Ampère-Maxwell).

Cuestiones y problemas de «Interacción Magnética»

Cuestiones

1) Por dos conductores y de gran longitud, dispuestos paralelamente, circulan corrientes eléctricas de la misma intensidad y sentido. a) Dibuje un esquema, indicando la dirección y el sentido del campo magnético total en el punto medio de un segmento que una a los dos conductores y coméntelo. b) Razone cómo cambiaría la situación al duplicar una de las intensidades y cambiar su sentido.

Problemas

$$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{m}}; \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{N}}{\text{A}^2} \left(\frac{\text{T} \cdot \text{m}}{\text{A}} \equiv \frac{\text{H}}{\text{m}} \right); q_e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}; m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$$

1) Un electrón, $q_e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, se mueve con una velocidad $v = 50.000 \text{ m/s}$, en el sentido positivo del eje OX, y penetra en una región en la que existe un campo magnético $B = 0,05 \text{ T}$, dirigido en el sentido negativo del eje OZ. Calcule: a) la fuerza magnética aplicada por el campo magnético sobre el electrón; b) la aceleración que adquiere el electrón; c) la velocidad angular del electrón; d) el radio de la órbita descrita; e) el período orbital y la frecuencia del electrón. Datos: $q_e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$; $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$. [a) $-4,0 \cdot 10^{-16} \text{ N } \mathbf{j}$; b) $-4,40 \cdot 10^{14} \text{ m/s}^2 \mathbf{j}$; c) $-8,80 \cdot 10^9 \text{ rad/s } \mathbf{k}$; d) $5,70 \cdot 10^{-6} \text{ m}$; e) $7,15 \cdot 10^{-10} \text{ s}$ y $1,40 \text{ GHz}$]

2) Un electrón con velocidad de 40.000 m/s en el sentido positivo del eje OX, penetra en una región en la que existe un campo magnético de $0,5 \text{ T}$ en el sentido positivo del eje OZ. Calcular: a) la diferencia de potencial necesaria para que el electrón adquiriera la energía cinética inicial; b) el campo eléctrico que habría que aplicar para que el electrón mantuviera rectilínea su trayectoria. [a) $4,55 \text{ mV}$; b) 20.000 V/m hacia + OY]

3) En un espectrógrafo de masas los iones de diversos isótopos de un elemento son acelerados mediante una diferencia de potencial de 4.000 V y, a continuación, penetran en una región de campo magnético uniforme de $0,1 \text{ T}$ que les obliga a describir un arco de 180° y alcanzar un colector donde son recogidos. ¿A qué distancia habrá que colocar los colectores para recoger los isótopos del catión cobre(II) cuyos números másicos son 65 y 63?. Datos: $1u = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$; $q_e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$. [El catión de $65u$ a $1,0388 \text{ m}$ y el catión de $63u$ a $1,0226 \text{ m}$]

4) Un condensador, de placas planas y paralelas, está en el vacío con la placa positiva por encima de la negativa a una distancia de $2,0 \text{ cm}$. El campo eléctrico en su interior es $E = 1,0 \cdot 10^5 \text{ V/m}$. a) Dibuje el condensador, las líneas del campo eléctrico, indique la placa que está a más potencial y calcule la diferencia de potencial entre ellas. b) Si se lanza un electrón paralelamente a las placas, equidistante de ellas y coincidiendo con el semieje positivo OX, con una velocidad $v_x = 1,0 \cdot 10^6 \text{ m/s}$, determine el tiempo que tardará en golpear a la placa, así como la distancia horizontal que recorrerá antes de impactar. c) Determine la intensidad, dirección y sentido del campo magnético que habría que colocar entre las placas para que el electrón no se desvíe de su dirección inicial. [a) $V_+ - V_- = 2.000 \text{ V}$; b) $1,066 \cdot 10^{-9} \text{ s}$; $1,066 \cdot 10^{-3} \text{ m}$; c) $B_z = -0,1 \text{ T}$]

5) Una fuente de iones produce ${}^6\text{Li}$ (de masa $6 \cdot u$) con carga $+e$. Los iones son acelerados por una diferencia de potencial de 10.000 V y pasan horizontalmente por una región en la que hay un campo magnético vertical y uniforme de $1,2 \text{ T}$. Calcula la intensidad del campo eléctrico que se ha de colocar en la misma región para que los iones ${}^6\text{Li}$ no se desvíen. Datos: $1 \cdot u = 0,001/\text{N}_A \text{ kg}$; $q_e = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$. [680.066 V/m]

6) Una partícula alfa, ${}^4_2\text{He}$, tiene de carga $+2 \cdot e$ y de masa $4,0 \cdot u$. En un campo magnético de $1,2 \text{ T}$ describe una trayectoria circular de radio $4,50 \text{ cm}$. Calcula: a) su velocidad; b) su período de revolución; c) su energía cinética en eV; d) la diferencia de potencial por la que se ha acelerado para alcanzar esa energía. [a) $2,60 \cdot 10^6 \text{ m/s}$; b) $1,1 \cdot 10^{-7} \text{ s}$; c) $1,4 \cdot 10^5 \text{ eV}$; d) 70 kV].

7) Un protón (H^+), un deuterón (D^+) y una partícula alfa (He^{2+}) se aceleran por la misma diferencia de potencial, entran en una región de campo magnético uniforme B y se mueven perpendicularmente a B . a) Compara sus energías cinéticas; b) si el radio de la trayectoria circular del protón es de 10 cm determina los radios del deuterón y de la partícula alfa. Datos: ${}^1\text{H}$ de masa $1,00 \cdot u$; ${}^2\text{H}$ de masa $2,01 \cdot u$; ${}^4\text{He}$ de masa $4,00 \cdot u$. [a) $E_{c(\text{alfa})} = 2 \cdot E_{c(\text{protón})} = 2 \cdot E_{c(\text{deuterón})}$; b) $R_d = R_{\text{alfa}} = 14 \text{ cm}$]

8) Dos conductores rectilíneos paralelos, recorridos por corrientes del mismo sentido de $I_1 = 10 \text{ A}$ (0;0) y $I_2 = 20 \text{ A}$ (0;10;0) m, colocados en el eje X y perpendiculares al plano XY con el sentido de la corriente +Z. Calcular: a) el campo magnético en un punto (-0;10;0) m; b) la fuerza por unidad de longitud sobre un tercer conductor rectilíneo situado en el mismo plano que los otros dos conductores, paralelo y equidistante

de ambos, por el que circula una corriente de $I_3 = 5 \text{ A}$ de sentido contrario a las de los otros dos. [a) $B_y = -4,00 \cdot 10^{-5} \text{ T}$; b) $F_{3x}/l = -0,0002 \text{ N/m}$

9) Sobre dos raíles paralelos al eje OX, situados en un plano horizontal y separados 30 cm, se apoya una barra de cobre de masa 0,1 kg. Se hace circular a través de la barra de cobre, desde un raíl al otro, una corriente de 30 A, en sentido positivo OY. Calcule la inducción magnética, módulo y sentido, que habría que aplicar al sistema para que la barra se deslice sobre los raíles en sentido +OX, con una velocidad constante, si el coeficiente de rozamiento barra-raíl es 0,2. [$B_z = 0,0217 \text{ T}$]

10) Dos hilos de cobre están colocados perpendicularmente al plano XY, por uno pasa una intensidad $I_1 = 1 \text{ A}$ en sentido +OZ y está en el punto $(-1;0) \text{ m}$, y por el otro pasa una intensidad $I_2 = 2 \text{ A}$ en sentido -OZ y está en el punto $(1;0) \text{ m}$. Calcule la inducción magnética B_1 y B_2 , debida a cada hilo, y la total B_{neto} en un punto sobre el eje +OY que está a 2 m de cada hilo. [$B_1 = 1,0 \cdot 10^{-7} \text{ T}$; $\theta_1 = 150^\circ$; $B_2 = 2,0 \cdot 10^{-7} \text{ T}$; $\theta_2 = 30^\circ$; $B_{\text{neto}} = 3^{1/2} \cdot 10^{-7} \text{ T}$ a 60° con el eje OX]

11) Sean dos hilos paralelos perpendiculares al plano XY sobre el eje X: $I_1 = 15 \text{ A}$ en $(-2,65;0) \text{ cm}$ y sentido +Z; $I_2 = 32 \text{ A}$ en $(+2,65;0) \text{ cm}$ y sentido -Z. ¿Cuál es el campo magnético resultante, en magnitud y dirección, en un punto $(0;2,65) \text{ cm}$ que está a 3,75 cm de los dos?. [$B = 1,88 \cdot 10^{-4} \text{ T}$ a 70° del eje X]

12) Cuatro hilos de cobre están colocados paralelamente en los extremos de un cuadrado de 20 cm de lado. Cada uno lleva una corriente de 20 A, dos contiguos en el mismo sentido y los otros dos en sentido contrario. Calcule la magnitud y dirección del campo magnético B en el centro del cuadrado. [$7,9 \cdot 10^{-5} \text{ T}$ en la dirección paralela al plano del cuadrado y perpendicular a los hilos, dividiendo el cuadrado en dos partes, dejando a cada lado los dos hilos con la corriente en el mismo sentido, siendo el sentido el que deja a la izquierda los hilos con la corriente hacia arriba y a la derecha los hilos con la corriente hacia abajo]

13) Por una espira rectangular de 10 cm de base sobre el eje X y de 20 cm de altura sobre el eje Y, circula una corriente de 5 A en sentido horario. Se aplica un campo magnético de valor 2 T y dirigido en el sentido positivo del eje OY. Calcule: a) la fuerza magnética sobre cada lado de la espira; b) momento sobre la espira. [a) 1 N y -1 N en el eje OY; b) 0,2 N·m sobre eje OX]

14) Un cable coaxial está formado por dos conductores cilíndricos. Uno interno de radio R y otro externo, de radio interior R_1 y de radio exterior R_2 . Los dos conductores están recorridos por la misma intensidad de corriente I, pero de sentido contrario. Calcule el campo magnético: a) en un punto situado entre los dos conductores $R < r < R_1$; b) en un punto exterior al cable coaxial $r > R_2$; c) en un punto interior al conductor interno $r < R$; d) en un punto interior al conductor externo $R_1 < r < R_2$. [a) $B = \mu_0 I / (2\pi r)$; b) $B = 0$; c) $B = (\mu_0 I / (2\pi r)) \cdot r^2 / R^2$; d) $B = (\mu_0 I / (2\pi r)) \cdot (1 - (r^2 - R_1^2) / (R_2^2 - R_1^2))$]

15) Dos conductores rectilíneos colocados paralelos y perpendiculares al plano XY, sobre el eje X y separados 10 cm, transportan corrientes en sentidos opuestos: $I_1 = 5 \text{ A}$ sentido +Z y $I_2 = 8 \text{ A}$ sentido -Z. Determine: a) el campo magnético en un punto del eje X situado a 2 cm del primero y a 12 cm del segundo; b) la fuerza por unidad de longitud entre los dos conductores. Dato: μ_0 . [a) $B_{y(\text{neto})} = -3,67 \cdot 10^{-5} \text{ T}$; b) $8,0 \cdot 10^{-5} \text{ N/m}$]

16) Una partícula, con carga q, penetra en una región en la que existe un campo. Explique cómo podríamos determinar, al observar la trayectoria de la partícula, si se trata de un campo eléctrico o magnético. ¿Hay algún caso en que no sería posible determinar el tipo de campo?. Haga un análisis energético del movimiento de la partícula para un campo eléctrico y para un campo magnético, ambos perpendiculares a la velocidad con que la partícula penetra en el campo.

17) Un protón acelerado por una diferencia de potencial de $\Delta V_e = 10.000 \text{ V}$, penetra en una región en la que existe un campo magnético uniforme de $B = 2 \text{ T}$, perpendicular a su velocidad. Dibuje la trayectoria seguida por la partícula y analice las variaciones de energía del protón desde una situación inicial de reposo hasta encontrarse en el campo magnético. Calcule: a) el radio de la circunferencia descrita por el protón y

su frecuencia de giro; b) explique las diferencias que encontraría si se tratara de un electrón que penetrara con la misma velocidad en el campo magnético. Datos: $q_p = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$; $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$; $q_e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$; $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$. [a) El protón aumenta su energía cinética en $1,6 \cdot 10^{-15} \text{ J}$; el radio es de $7,20 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ y la frecuencia de $3,05 \cdot 10^7 \text{ Hz}$; b) para el electrón con la misma velocidad gira en sentido inverso al entrar en el campo magnético, siendo el radio menor de $3,92 \cdot 10^{-6} \text{ m}$ y la frecuencia mayor de $5,60 \cdot 10^{10} \text{ Hz}$]

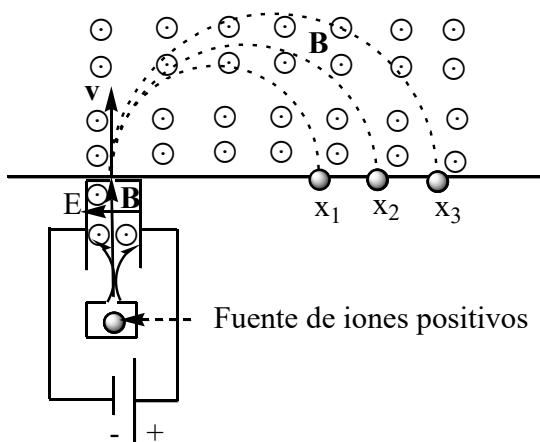
18) Por un conductor rectilíneo indefinido, apoyado sobre el plano horizontal XZ, circula una corriente de $I_x = 200 \text{ A}$. Dibuje las líneas del campo magnético producido por la corriente. Calcule: a) el valor del campo B en los puntos situados en el eje Y perpendiculares al conductor y a una distancia de 2 cm por encima y por debajo; b) la intensidad de corriente I' que tendría que circular por un conductor, paralelo al anterior, y situado a 2 cm por encima de él, para que no cayera, si la masa por unidad de longitud de dicho conductor es de $0,1 \text{ kg/m}$. Dato: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A}$. [a) $B_{z(0;0,02\text{-m})} = 0,002 \text{ T}$; $B_{z(0;-0,02\text{-m})} = -0,002 \text{ T}$; b) $I'_x = -490 \text{ A}$ con sentido contrario a I]

19) a) Un electrón incide en un campo magnético B perpendicular a su velocidad v. Determine la intensidad del campo magnético B necesaria para que el período de su movimiento sea $T_e = 1 \mu\text{s}$. b) Razone cómo cambiaría la trayectoria descrita si la partícula incidente fuera un protón con la misma velocidad (sentido de giro, radio y período). Datos: $q_e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$; $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$; $m_p = 1,7 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$. [a) $B = 3,57 \cdot 10^{-5} \text{ T}$; siendo el sentido de la rotación del electrón igual que el de B; b) el sentido del giro del protón es contrario a B y, por tanto, al del electrón; el radio de giro del protón es mayor en $R_p = R_e \cdot m_p/m_e = 1.868 \cdot R_e$; el período de rotación del protón es mayor $T_p = 1,87 \cdot 10^{-3} \text{ s}$]

20) Por un conductor rectilíneo indefinido, apoyado sobre el plano horizontal XZ, circula una corriente de $I_x = 150 \text{ A}$. Dibuje las líneas del campo magnético producido por la corriente. Calcule: a) el valor del campo B en los puntos situados en el eje Y perpendiculares al conductor y a una distancia de 3 cm por encima y por debajo; b) la intensidad de corriente I' que tendría que circular por un conductor, paralelo al anterior, y situado a 0,8 cm por encima de él, para que no cayera, si la masa por unidad de longitud de dicho conductor es de 20 g/m . Dato: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A}$. [a) $B_{z(0;0,03\text{-m})} = 3 \text{ mT}$; $B_{z(0;-0,03\text{-m})} = -3 \text{ mT}$; b) $I'_x = -52,26 \text{ A}$ con sentido contrario a I_x]

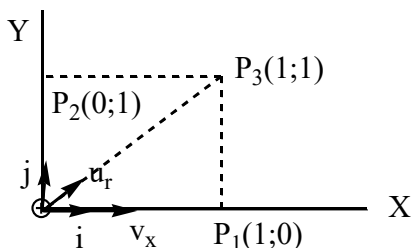
21) Un haz de electrones penetra en una zona del espacio en la que existen un campo eléctrico y otro magnético. a) Indique, ayudándose de un esquema si lo necesita, qué fuerzas se ejercen sobre los electrones del haz. b) Si el haz de electrones no se desvía, ¿se puede afirmar que tanto el campo eléctrico como el magnético son nulos?. Razone la respuesta.

22) En la siguiente figura se representa un espectrómetro de masas. Desde la fuente de iones salen cationes Mg^{2+} de los tres isótopos de Mg: ^{24}Mg , ^{25}Mg y ^{26}Mg . Penetran en un selector de velocidades constituido por un condensador plano con un campo eléctrico, $E = 200 \text{ V/m}$, y un campo magnético perpendicular a E de valor $B = 0,1 \text{ T}$, por el que salen los iones de una determinada velocidad v. Al salir los iones del condensador entran en un campo magnético perpendicular $B = 0,1 \text{ T}$ que hace que los iones de diferentes masas e igual carga describan trayectorias circulares, impactando a las distancias x_1 , x_2 y x_3 . Calcule: a) la velocidad de salida de los iones de la fuente; b) las tres distancias de impacto x_1 , x_2 y x_3 . Datos: $M_a(^{24}\text{Mg}) = 23,985 \cdot u$; $M_a(^{25}\text{Mg}) = 24,986 \cdot u$; $M_a(^{26}\text{Mg}) = 25,983 \cdot u$; $q(\text{Mg}^{2+}) = 3,2 \cdot 10^{-19} \text{ C}$; $1 \cdot u = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$. [a) $v = 2.000 \text{ m/s}$; b) $x_1 = 4,98 \text{ mm}$; $x_2 = 5,18 \text{ mm}$; $x_3 = 5,38 \text{ mm}$]



23) Tenemos dos hilos de cobre paralelos y colocados perpendicularmente al plano XY, el primero con una intensidad $I_1 = 1$ A en el sentido +Z, colocado en $(-1 \cdot \text{m}; 0)$, y el segundo con una intensidad $I_2 = 2$ A en el sentido +Z, colocado en el punto $(1 \cdot \text{m}; 0)$. Calcule: a) la inducción magnética total creada por los dos hilos en el origen $(0; 0)$, en magnitud y dirección; b) la fuerza magnética por unidad de longitud que siente un tercer hilo, colocado sobre el eje Y, por el que circula una intensidad de 3 A en el sentido +Y. Dato: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ T·m/A. [a) $B_y = -2,0 \cdot 10^{-7}$ T; b) $f_m/L = 0$]

24) Un protón se mueve a lo largo del eje X con una velocidad $v_x = 1,0 \cdot 10^7$ m/s. Cuando pasa por el origen cuál es el campo magnético en los tres puntos siguientes del plano XY: $P_1(1; 0)$ mm; $P_2(0; 1)$ mm; $P_3(1; 1)$ mm. Datos: $q = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C; $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ N/A². [$B_1 = 0$; $B_{2z} = 1,6 \cdot 10^{-13}$ T; $B_{3z} = 5,65 \cdot 10^{-14}$ T]



25) Una partícula con carga $q = 3,2 \cdot 10^{-19}$ C se desplaza con una velocidad $\vec{v} = 2\vec{i} + 4\vec{j} + \vec{k}$ $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ por una región en la que existe un campo magnético $\vec{B} = 2\vec{i} + 4\vec{j} + \vec{k}$ T y un campo eléctrico $\vec{E} = 4\vec{i} - 2\vec{j} - 2\vec{k}$ $\frac{\text{V}}{\text{m}}$. a) ¿Cuál es la fuerza total ejercida sobre la partícula?. b) ¿Y si la partícula se moviera con velocidad $-\vec{v}$? [a) $1,567 \cdot 10^{-18}$ N; b) $1,567 \cdot 10^{-18}$ N]

Preguntas de teoría de interacción electromagnética

1. Conteste razonadamente a las siguientes cuestiones: a) ¿Es posible que una carga eléctrica se mueva en un campo magnético uniforme sin que actúe ninguna fuerza sobre ella?. b) ¿Es posible que una carga eléctrica se mueva en un campo magnético uniforme sin que varíe su energía cinética?

2. Un electrón penetra con velocidad v en una zona del espacio en la que coexisten un campo eléctrico E y un campo magnético B , uniformes, perpendiculares entre sí y perpendiculares a v . a) Dibuje las fuerzas que actúan sobre el electrón y escriba las expresiones de dichas fuerzas. b) Represente en un esquema las direcciones y sentidos de los campos para que la fuerza resultante sea nula. Razone la respuesta.

3. Por dos conductores rectilíneos paralelos circulan corrientes de igual intensidad. a) Indique la dirección y sentido de las fuerzas que se ejercen los conductores entre sí. ¿Depende esta fuerza de la corriente que circula por ellos?. b) Represente gráficamente la situación en la que la fuerza es repulsiva.

4. Una partícula cargada penetra en un campo eléctrico uniforme con una velocidad perpendicular al campo. a) Describa la trayectoria seguida por la partícula y explique cómo cambia su energía. b) Repita el apartado anterior si en vez de un campo eléctrico se tratara de un campo magnético.
5. En una región del espacio existe un campo magnético uniforme en el sentido negativo del eje Z. Indique, con la ayuda de un esquema, la dirección y sentido de la fuerza magnética en los siguientes casos: a) una partícula β que se mueve en el sentido positivo del eje X; b) una partícula α que se mueve en el sentido positivo del eje Z.
6. Razone las respuestas a las siguientes preguntas: a) ¿Cómo debe moverse una carga en un campo magnético uniforme para experimentar fuerza magnética?. b) ¿Cómo debe situarse un disco en un campo magnético para que el flujo magnético que lo atraviese sea cero?
7. Razone las respuestas a las siguientes preguntas: a) De los tres vectores que aparecen en la ecuación $\mathbf{F} = q \mathbf{v} \times \mathbf{B}$, ¿qué pares de vectores son siempre perpendiculares entre sí y cuáles pueden no serlo?. b) La fuerza electromotriz inducida en una espira es función: i) del flujo magnético que la atraviesa; ii) del ángulo que forma el campo magnético con la espira; iii) del campo magnético existente; iv) de la rapidez con que varía el flujo con el tiempo.
8. Razone las respuestas a las siguientes preguntas: a) ¿Existe siempre interacción magnética entre dos partículas cargadas? ¿Existe siempre interacción eléctrica entre ellas?. b) ¿En qué casos un campo magnético no ejerce ninguna fuerza sobre una partícula cargada?
9. Un electrón, un protón, un neutrón y un núcleo de helio se mueven en la misma dirección y con la misma velocidad en una zona en la que existe un campo magnético, constante y uniforme, en dirección perpendicular a la velocidad de las partículas. Explique: a) Sobre cuál de ellas es mayor la fuerza magnética. b)Cuál de ellas experimentará mayor aceleración.
10. Un electrón atraviesa sin desviarse una zona del espacio donde existen un campo eléctrico y otro magnético. a) Razone qué condiciones deben cumplir los campos. b) ¿Y si se tratara de un protón?
11. a) Un haz de electrones atraviesa una región del espacio sin desviarse, ¿se puede afirmar que en esa región no hay campo magnético? De existir, ¿cómo tiene que ser?. b) En una región existe un campo magnético uniforme dirigido verticalmente hacia abajo. Se disparan dos protones horizontalmente en sentidos opuestos. Razone qué trayectorias describen, en qué plano están y qué sentidos tienen sus movimientos.
12. Sobre un electrón, que se mueve con velocidad \mathbf{v} , actúa un campo magnético \mathbf{B} en dirección normal a su velocidad. a) Razone por qué la trayectoria que sigue es circular y haga un esquema que muestre el sentido de giro del electrón. b) Deduzca las expresiones del radio de la órbita y del período del movimiento.
13. Razone las respuestas a las siguientes cuestiones: a) Observando la trayectoria de una partícula con carga eléctrica, ¿se puede deducir si la fuerza que actúa sobre ella procede de un campo eléctrico uniforme o de un campo magnético uniforme?. b) ¿Es posible que sea nula la fuerza que actúa sobre un hilo conductor, por el que circula una corriente eléctrica, situado en un campo magnético?
14. Considere dos hilos largos, paralelos, separados una distancia d , por los que circulan intensidades I_1 e I_2 ($I_1 < I_2$). Sea un segmento, de longitud d , perpendicular a los dos hilos y situado entre ambos. Razone si existe algún punto del citado segmento en el que el campo magnético sea nulo, si: a) Las corrientes circulan en el mismo sentido. b) Las corrientes circulan en sentidos opuestos. Si existe dicho punto, ¿de qué hilo está más cerca?
15. Dos partículas con cargas eléctricas, del mismo valor absoluto y diferente signo, se mueven con la misma velocidad, dirigida hacia la derecha y en el plano del folio. Ambas partículas penetran en un campo magnético de dirección perpendicular al folio y dirigido hacia abajo. a) Analice con ayuda de un gráfico las

trayectorias seguidas por las dos partículas. b) Si la masa de una de ellas es doble que la de la otra ($m_1 = 2m_2$) ¿Cuál gira más rápidamente?

16. a) Al moverse una partícula cargada en la dirección y sentido de un campo eléctrico, aumenta su energía potencial. ¿Qué signo tiene la carga de la partícula?. b) La misma partícula se mueve en la dirección y sentido de un campo magnético. ¿Qué trabajo se realiza sobre la partícula?. Razone las respuestas.

17. Sean dos conductores rectilíneos paralelos por los que circulan corrientes eléctricas de igual intensidad y sentido. a) Explique qué fuerzas se ejercen entre sí ambos conductores. b) Represente gráficamente la situación en la que las fuerzas son repulsivas, dibujando el campo magnético y la fuerza sobre cada conductor.

18. Una partícula con carga q y velocidad v penetra en un campo magnético perpendicular a la dirección de movimiento. a) Analice el trabajo realizado por la fuerza magnética y la variación de energía cinética de la partícula. b) Repita el apartado anterior en el caso de que la partícula se mueva en dirección paralela al campo y explique las diferencias entre ambos casos.

19. Dos cargas eléctricas puntuales, positivas y en reposo, están situadas en dos puntos A y B de una recta. Conteste razonadamente a las siguientes preguntas: a) ¿Puede ser nulo el campo eléctrico en algún punto del espacio que rodea a ambas cargas? ¿Y el potencial eléctrico?. b) ¿Qué fuerza magnética se ejercen las cargas entre sí? ¿Y si una de las cargas se mueve a lo largo de la recta que las une?

20. a) Explique el efecto de un campo magnético sobre una partícula cargada en movimiento. b) Explique con ayuda de un esquema la dirección y sentido de la fuerza que actúa sobre una partícula con carga positiva que se mueve paralelamente a una corriente eléctrica rectilínea ¿Y si se mueve perpendicularmente al conductor, alejándose de él?

21. Un haz de electrones penetra en una zona del espacio en la que existen un campo eléctrico y otro magnético. a) Indique, ayudándose de un esquema si lo necesita, qué fuerzas se ejercen sobre los electrones del haz. b) Si el haz de electrones no se desvía, ¿se puede afirmar que tanto el campo eléctrico como el magnético son nulos? Razone la respuesta.

22. a) Fuerza magnética sobre una carga en movimiento. b) Una partícula, con carga q , penetra en una región en la que existe un campo magnético perpendicular a la dirección del movimiento. Analice el trabajo realizado por la fuerza magnética y la variación de energía cinética de la partícula.

23. Por dos conductores rectilíneos y de gran longitud, dispuestos paralelamente, circulan corrientes eléctricas de la misma intensidad y sentido. a) Dibuje un esquema, indicando la dirección y el sentido del campo magnético debido a cada corriente y del campo magnético total en el punto medio de un segmento que una a los dos conductores y coméntelo. b) Razone cómo cambiaría la situación al duplicar una de las intensidades y cambiar su sentido.

24. a) Explique las experiencias de Öersted y comente cómo las cargas en movimiento originan campos magnéticos. b) ¿En qué casos un campo magnético no ejerce ninguna fuerza sobre una partícula cargada? Razone la respuesta.

25. Comente razonadamente la veracidad o falsedad de las siguientes afirmaciones: a) La fuerza magnética entre dos conductores rectilíneos e indefinidos por los que circulan corrientes de diferente sentido es repulsiva. b) Si una partícula cargada en movimiento penetra en una región en la que existe un campo magnético siempre actúa sobre ella una fuerza.

26. a) Fuerza magnética sobre una carga en movimiento; ley de Lorentz. b) Explique, con ayuda de un esquema, la dirección y el sentido de la fuerza que actúa sobre una partícula con carga positiva que se mueve paralelamente a un conductor rectilíneo por el que circula una corriente eléctrica. ¿Y si la carga se mueve perpendicularmente al conductor, alejándose de él?

27. a) Explique las características de la fuerza magnética sobre una carga en movimiento. b) Dos partículas cargadas describen trayectorias circulares de igual radio en una región en la que existe un campo magnético uniforme. ¿Puede asegurarse que ambas partículas tienen la misma masa? ¿Tienen que ser iguales sus velocidades? Razone las respuestas.
28. a) Explique las características del campo magnético creado por una corriente rectilínea indefinida. b) Por dos conductores rectilíneos e indefinidos, paralelos entre sí, circulan corrientes eléctricas de igual intensidad y sentidos opuestos. Explique, con ayuda de un esquema, la dirección y el sentido del campo magnético debido a cada corriente y del campo magnético total en el punto medio de un segmento que une a los dos conductores. ¿Cómo cambiaría la situación si se invirtiese el sentido de una de las corrientes?
29. a) Fuerza magnética sobre una carga en movimiento; ley de Lorentz. b) Explique, con ayuda de un esquema, el tipo de movimiento que efectúan un electrón y un neutrón al penetrar con una velocidad v en una región del espacio en la que existe un campo magnético uniforme, B , perpendicular a v .
30. a) Fuerza magnética entre dos corrientes rectilíneas indefinidas. b) Suponga dos conductores rectilíneos, paralelos y separados por una distancia d , por los que circulan corrientes eléctricas de igual intensidad. Dibuje en un esquema el campo magnético debido a cada corriente y el campo magnético total en el punto medio de un segmento que une a los dos conductores. Considere los siguientes casos: i) las dos corrientes van en el mismo sentido; ii) tienen sentidos opuestos.
31. a) Fuerza magnética sobre una carga en movimiento; ley de Lorentz. b) Si la fuerza magnética sobre una partícula cargada no realiza trabajo, ¿cómo puede tener algún efecto sobre el movimiento de la partícula? ¿Conoce otros ejemplos de fuerzas que no realizan trabajo pero tienen un efecto significativo sobre el movimiento de las partículas? Justifique las respuestas.
32. a) Explique las características del campo magnético creado por una corriente rectilínea e indefinida. b) Por dos conductores rectilíneos e indefinidos, dispuestos paralelamente, circulan corrientes eléctricas de la misma intensidad y sentido. Dibuje en un esquema la dirección y sentido de la fuerza sobre cada uno de los conductores.

4.16 Inducción electromagnética. Ley de Lenz-Faraday

El fenómeno de la inducción electromagnética fue descubierto simultáneamente en 1831, por M. Faraday y por Henry. La inducción electromagnética es el principio por el que funcionan los generadores eléctricos, el transformador y muchos otros aparatos de uso diario.

Supongamos un conductor eléctrico que forma un camino cerrado o circuito, denominado malla, de superficie S , y lo colocamos en una región donde existe un campo magnético B . Si el flujo magnético a través de la malla varía con el tiempo, se observa una corriente en el conductor mientras **el flujo está variando**. El flujo magnético tiene de unidad Weber (Wb)

$$\Phi_m = \vec{B} \cdot \vec{S} = |\vec{B}| |\vec{S}| \cos \theta$$

La presencia de una corriente eléctrica indica la existencia de un campo eléctrico actuando sobre las cargas libres en el conductor. Este campo eléctrico produce una fuerza electromotriz a lo largo del circuito, que se llama fuerza electromotriz (fem) inducida.

Hechos experimentales:

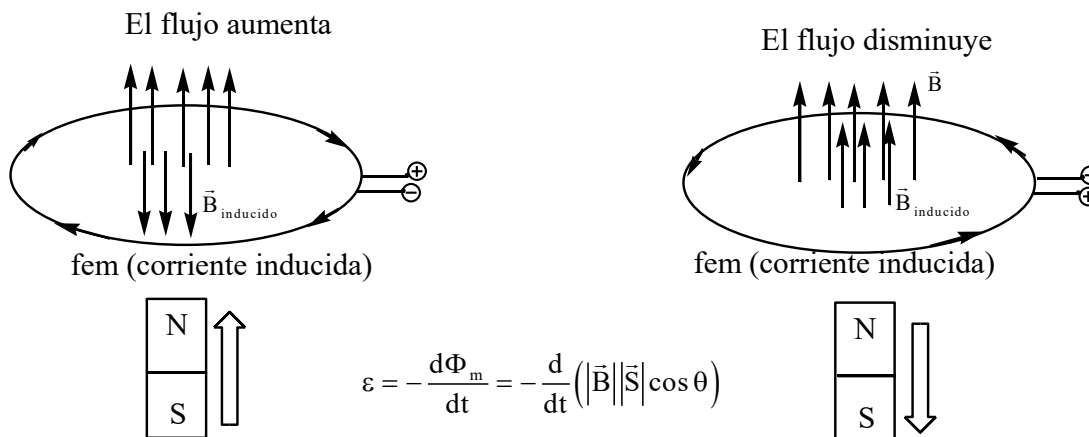
1. Si un hilo metálico constituyendo una malla o circuito cerrado, conectado a un galvanómetro, se coloca próximo a un imán que se está **moviendo**, el galvanómetro demuestra que se produce una corriente en la malla, que se llama **corriente inducida**.
2. Si un hilo metálico constituyendo una malla o circuito cerrado, conectado a un galvanómetro, se **mueve** próximo a un imán que está en reposo, el galvanómetro demuestra que se produce una corriente en la malla, que se llama **corriente inducida**.
3. Si colocamos dos circuitos cerrados próximos, uno conectado a un galvanómetro que indica que no pasa corriente y el otro, conectado a una batería mediante un interruptor cerrado, por el que sí está pasando una corriente. Al abrir el interruptor se cierra la corriente y se observa una **fem inducida** en el primero que no se observaba cuando había una corriente estacionaria.
4. Mientras mayor sea la **variación del flujo magnético**, con respecto del tiempo, a través del circuito cerrado mayor es la fem inducida.

El cambio, con respecto del tiempo, en el flujo magnético puede ser debido al cambio del campo magnético o al movimiento del circuito con respecto del campo magnético o a la deformación relativa del circuito con respecto del campo magnético. La dirección en la cual actúa la fem inducida depende de si el flujo magnético a través del circuito se incrementa o disminuye.

La presencia de una corriente eléctrica indica la existencia de un campo eléctrico actuando sobre las cargas libres del conductor. Este campo eléctrico produce una fem a lo largo del circuito, que se llama fem inducida. La medida de esta fem inducida nos demuestra que depende de la velocidad con la que varíe el flujo magnético. A mayor velocidad de cambio del flujo magnético mayor es la fem inducida.

El signo de la fem inducida es siempre opuesto al de la variación del flujo magnético.

$$\epsilon = - \frac{d\Phi_m}{dt} = - \frac{d}{dt} (|\vec{B}| |\vec{S}| \cos \theta)$$



Lev de Faraday-Henry de la inducción electromagnética

«En un circuito cerrado, o malla, situado en un campo magnético, se produce una fem inducida si varía el flujo magnético a través del circuito, siendo el valor de la fem la rapidez de cambio del flujo magnético a través del circuito».

Si variamos el flujo magnético a través de un carrete o bobina de N vueltas, aparece una fem en cada vuelta, y estas fem se suman: $\varepsilon = -N \frac{d\Phi_m}{dt}$.

La fem implica la existencia de un campo eléctrico no conservativo:

$$\varepsilon = \oint_L \vec{E}' \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_m}{dt} = -\frac{d}{dt} \iint_L \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

La ecuación anterior es válida para una línea arbitraria cerrada L aunque no coincida con un conductor eléctrico. Es decir, «un campo magnético dependiente del tiempo implica la existencia de un campo eléctrico tal que la circulación del campo eléctrico a lo largo de un camino cerrado arbitrario es igual al negativo de la rapidez de cambio del flujo magnético a través de la superficie envuelta por el camino».

En 1834, justo tres años después de la promulgación de la ley de inducción, Heinrich F. Lenz publicó la regla, conocida como **ley de Lenz**, para determinar la dirección de una corriente inducida en un circuito cerrado o malla. Demostró que las corrientes inducidas se mueven en un sentido tal que tiende a oponerse a cualquier cambio en el flujo magnético presente. Es decir, si aumenta el flujo la intensidad de la corriente lo hace para disminuirlo y si disminuye el flujo la intensidad lo hace para aumentarlo.

Enunciado e interpretación de la ley de Lenz: «Una corriente inducida tiene una dirección de tal forma que el campo magnético debido a la corriente se opone al cambio en el flujo magnético que induce la corriente».

El signo menos que aparece en la ley de Faraday nos expresa la oposición. La ley de Lenz se refiere a corrientes inducidas y no a fem inducidas, lo que significa que sólo la podemos aplicar directamente a conductores cerrados, formando una malla.

Interpretaciones de la ley de Lenz:

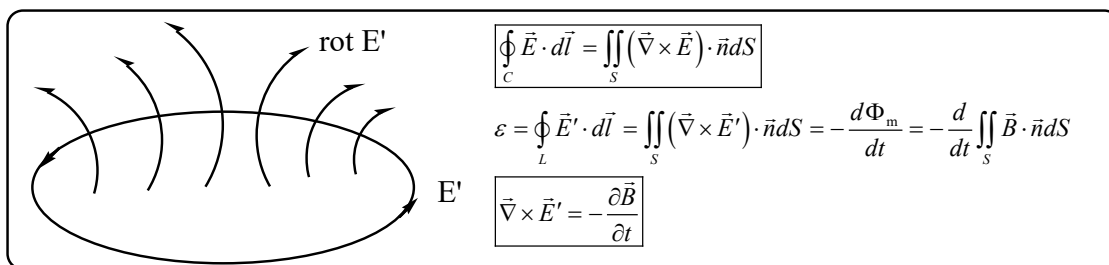
1. Si acercamos un imán, por su polo N (Norte), a una malla o circuito eléctrico cerrado, le produce a esta una corriente inducida. La corriente inducida en la malla, lo hace de tal forma que se opone al acercamiento del imán, creando un polo N próximo al del imán.

- Si alejamos un imán, por su polo N, a una malla, le produce una la corriente inducida. La corriente inducida se opondrá creando un polo S sobre la cara de la malla próxima al polo N del imán.
- Si acercamos o alejamos un imán hacia una malla siempre experimentaremos una fuerza de resistencia y tendremos que realizar un trabajo. Aplicando el principio de conservación de la energía, este trabajo debe ser exactamente igual a la energía térmica que aparece en el enrollamiento, ya que estas son las dos energías que aparecen en el sistema aislado (ignorando la energía radiada desde el circuito como onda electromagnética).

Aplicación del teorema de Stokes: El teorema de Stokes relaciona una integral de línea con una integral de superficie. **Enunciado:** Sea S una superficie enlazada por una curva cerrada C,:

$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = \iint_S (\vec{\nabla} \times \vec{E}) \cdot \vec{n} dS, \text{ donde } \vec{n} \text{ es el vector unitario normal a S de acuerdo con la regla de la mano}$$

$$\text{derecha. } \varepsilon = \oint_L \vec{E}' \cdot d\vec{l} = \iint_S (\vec{\nabla} \times \vec{E}') \cdot \vec{n} dS = -\frac{d\Phi_m}{dt} = -\frac{d}{dt} \iint_S \vec{B} \cdot \vec{n} dS \Rightarrow \boxed{\vec{\nabla} \times \vec{E}' = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}}$$



4.17 Campos inducidos. Teoría de Maxwell

La ley de Faraday es una herramienta para calcular la intensidad de una corriente inducida, $I = \frac{\varepsilon}{R}$, pero la pregunta es ¿cuál es la causa de la corriente?. Es decir, qué fuerza empuja las cargas alrededor del circuito cerrado venciendo las fuerzas resistivas del metal.

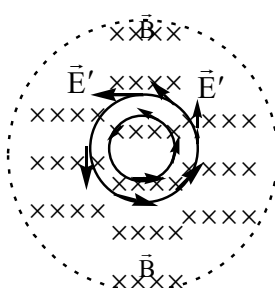
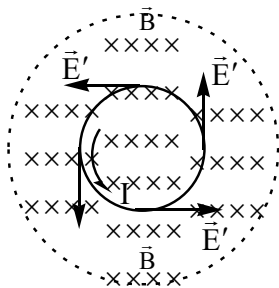
Sabemos que los campos eléctricos y magnéticos son los únicos agentes que ejercen fuerzas sobre las cargas. Las fuerzas magnéticas son las responsables de las fuerzas electromotrices, pero las fuerzas magnéticas no pueden explicar la corriente inducida, que se produce en un circuito cerrado, por un campo magnético que cambia.

En la siguiente figura de la izquierda tenemos un circuito cerrado colocado en una región en la que está aumentando el campo magnético. De acuerdo con la ley de Lenz se genera una corriente inducida en sentido contrario a las agujas del reloj. Pero algo debe actuar sobre los transportadores de las cargas para hacer que se muevan, por lo que debemos considerar que debe ser un campo eléctrico tangente al circuito cerrado en todos los puntos. Este campo eléctrico se origina por el campo magnético cambiante y se llama **campo eléctrico inducido**.

En la figura se observa la generación de un campo eléctrico inducido

Aumenta el campo magnético y se genera una corriente inducida I en el circuito cerrado.

Aumenta el campo magnético y se genera un campo eléctrico inducido E' .



$$\varepsilon = \oint_L \vec{E}' \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_m}{dt} = -\frac{d}{dt} \iint_S \vec{B} \cdot \vec{n} dS$$

$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = \iint_S (\vec{\nabla} \times \vec{E}) \cdot \vec{n} dS$$

$$\varepsilon = \oint_L \vec{E}' \cdot d\vec{l} = \iint_S (\vec{\nabla} \times \vec{E}') \cdot \vec{n} dS = -\frac{d}{dt} \iint_S \vec{B} \cdot \vec{n} dS$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E}' = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

Pero para que se origine el campo eléctrico inducido no es necesario que haya un circuito cerrado, ya que en el espacio en el que el campo magnético está cambiando está lleno de las líneas del campo eléctrico inducido.

Por lo que hasta ahora todos los campos eléctricos eran creados por cargas, en los que las líneas del campo apuntaban desde las cargas positivas a las negativas. Un campo eléctrico creado por cargas se llama campo eléctrico Coulombiano. El campo eléctrico inducido no se origina por cargas sino por un campo magnético cambiante, es un campo eléctrico no-culombiano.

Por tanto, hay dos maneras diferentes de crear un campo eléctrico:

1. Un campo eléctrico Coulomb se crea por cargas positivas y negativas.
2. Un campo eléctrico no-Coulomb se crea cambiando un campo magnético.

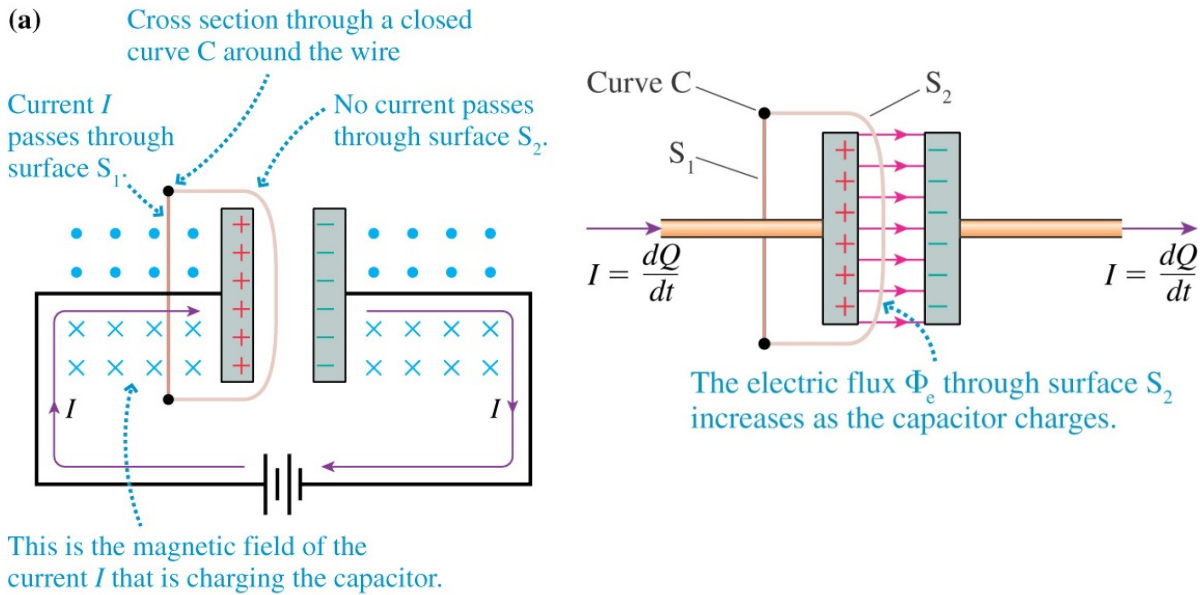
Los dos campos eléctricos ejercen una fuerza sobre una carga, $\vec{F} = q\vec{E}$, y los dos crean una corriente en un conductor. El campo eléctrico es real y no una representación.

Teoría de Maxwell: El concepto de campo de Faraday explicó los fenómenos de electricidad y magnetismo conocidos entre 1830 y 1840.

En 1855 el físico inglés J.C. Maxwell presentó un trabajo sobre las líneas de fuerza de Faraday, y continuando durante diez años el desarrollo de la teoría matemática del electromagnetismo. Maxwell exponía su preocupación por la falta de simetría, así Faraday había encontrado que un campo magnético variable crea un campo eléctrico inducido, un campo eléctrico no-Culombiano no vinculado a cargas eléctricas. Luego ¿qué ocurriría con un campo eléctrico variable?.

Para completar la simetría, Maxwell propuso que un campo eléctrico variable creará un campo magnético inducido, un nuevo tipo de campo magnético no vinculado a la existencia de corrientes. En la siguiente figura se observan la generación de campos inducidos.

Considera un condensador que se está cargando con una intensidad I . Aplicando la ley de Ampère alrededor de la línea cerrada que rodea tanto al hilo, con intensidad I , como al campo eléctrico debido al condensador, podemos considerar dos intensidades la de la corriente eléctrica y la debida al cambio de flujo eléctrico (corriente de desplazamiento).



$I = dq/dt$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{(a \text{ través de})} = \mu_0 (I_{(a \text{ través de})} + I_{(desplazamiento)})$$

$$\Phi_e = \frac{q}{\epsilon_0} \Rightarrow \frac{d\Phi_e}{dt} = \frac{1}{\epsilon_0} \frac{dq}{dt} = \frac{I_{(desplazamiento)}}{\epsilon_0} \Rightarrow I_{(desplazamiento)} = \epsilon_0 \frac{d\Phi_e}{dt}$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{(a \text{ través de})} = \mu_0 \left(I_{(a \text{ través de})} + \epsilon_0 \frac{d\Phi_e}{dt} \right)$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \iint_S (\nabla \times \vec{B}) \cdot \vec{n} dS = \mu_0 \iint_S \vec{j} \cdot d\vec{S} + \mu_0 \epsilon_0 \iint_S \frac{d}{dt} (\vec{E} \cdot d\vec{S}) \Rightarrow \nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

Campo eléctrico inducido E

Región en la que varía B.

$$\epsilon = \oint_L \vec{E}' \cdot d\vec{l} = - \frac{d}{dt} \iint_S \vec{B} \cdot \vec{n} dS$$

$$\nabla \times \vec{E}' = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

Campo magnético inducido B

Región en la que varía E.

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \epsilon_0 \iint_S \frac{d}{dt} (\vec{E} \cdot d\vec{S})$$

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

La

curva C es una curva cerrada rodeando al alambre sobre la izquierda. La corriente pasa a través de la superficie S_1 , una superficie plana que cruza C, y usamos la ley de Ampère para determinar el campo magnético B. Pero a S_2 qué intensidad la atraviesa $I_{\text{atravesar}}$, la ley de Ampère dice que podemos considerar cualquier superficie limitada por la curva C y la superficie S_2 lo cumple, pero no pasa corriente a través de S_2 . Las cargas están a la izquierda del plato y no pasan no cruzan entre los platos. Sin embargo, hay un flujo eléctrico Φ_e a través de S_2 debido al campo eléctrico dentro del capacitor. Además, este flujo está cambiando con el tiempo como las cargas del capacitor y la intensidad del campo eléctrico crece.

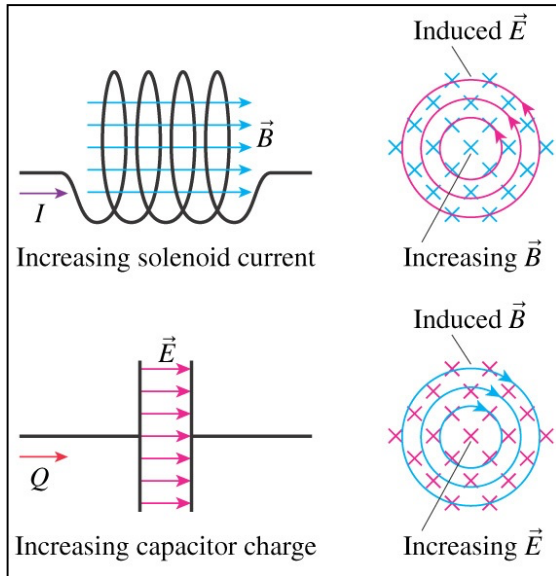
Vamos a demostrar que el flujo está cambiando con el tiempo a una velocidad directamente proporcional a la corriente I de carga:

$$\Phi_e = E \cdot S = \frac{q_{\text{neta}}}{\epsilon_0} \Rightarrow \frac{d\Phi_e}{dt} = \frac{dq_{\text{neta}}}{dt} = \frac{I_{\text{desplazamiento}}}{\epsilon_0} \Rightarrow \boxed{I_{\text{desplazamiento}} = \epsilon_0 \frac{d\Phi_e}{dt}}$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I = \mu_0 \left[I_{\text{(a través de)}} + I_{\text{(desplazamiento)}} \right]$$

$$\boxed{\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \left[I_{\text{(a través de)}} + I_{\text{(desplazamiento)}} \right] = \mu_0 \left(I + \epsilon_0 \frac{d\Phi_e}{dt} \right) = \mu_0 I + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_e}{dt}}$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \iint_S (\vec{\nabla} \times \vec{B}) \cdot \vec{n} dS = \mu_0 \iint_S \vec{j} \cdot d\vec{S} + \mu_0 \epsilon_0 \iint_S \frac{d}{dt} (\vec{E} \cdot d\vec{S}) \Rightarrow \vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$



Ecuaciones de Maxwell:

Las ecuaciones de Maxwell resumen la teoría del electromagnetismo en cuatro ecuaciones:

1. La ley de Gauss: $\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q_{\text{neta}}}{\epsilon_0}$
2. La ley de Gauss para el magnetismo: $\oint \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$
3. La ley de Faraday: $\oint \vec{E}' \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_m}{dt}$
4. La ley de Ampère-Maxwell: $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I + \epsilon_0 \mu_0 \frac{d\Phi_e}{dt}$

Las cuatro ecuaciones son una descripción completa de los campos eléctrico y magnético. Ellas nos informan cómo los campos son creados por cargas y corrientes, y también cómo los campos pueden ser inducidos por cambio de otros campos.

Sin embargo, necesitamos una ecuación más para la comprensión total de cómo responde la materia a campos electromagnéticos, que es:

- La ley de fuerza de Lorentz: $\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$.

Las ecuaciones de Maxwell para los campos, junto con la ley de fuerza de Lorentz forman la teoría completa del electromagnetismo.

Cuando se combinan con las seis leyes siguientes, tenemos toda la física clásica, que son un total de **once ecuaciones**.

- Las tres leyes de Newton del movimiento.
- La ley de la gravitación universal.
- La primera y segunda ley de la termodinámica.

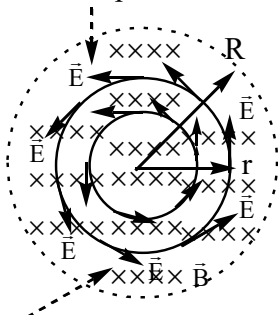
Resumen de las cinco ecuaciones electromagnéticas:

1. Ley de Gauss: Las partículas cargadas crean un campo eléctrico.
2. Ley de Faraday: Un campo eléctrico también se puede crear por un campo magnético cambiante.
3. Ley de Gauss para el magnetismo: No hay monopolos magnéticos.
4. Ley de Ampère-Maxwell, primera parte: Las corrientes crean un campo magnético.
5. Ley de Ampère-Maxwell, segunda parte: Un campo magnético también se puede crear por un campo eléctrico cambiante.
6. Ley de fuerza de Lorentz, primera parte: En un campo eléctrico se ejerce una fuerza eléctrica sobre una partícula cargada.
7. Ley de fuerza de Lorentz, segunda parte: En un campo magnético se ejerce una fuerza magnética sobre una partícula cargada en movimiento.

Ejercicios:

1) Considera un círculo de radio $R = 9$ cm en cuyo interior hay un campo magnético variable, siendo la velocidad de cambio: $dB/dt = 0,13$ T/s. Determine: a) una expresión para la magnitud E del campo eléctrico inducido en puntos interiores ($r < R$) del campo magnético, de radio r desde el centro del campo magnético; b) el valor del campo eléctrico para $r = 5$ cm; c) la expresión para la magnitud E del campo eléctrico inducido en puntos exteriores del campo magnético ($r > R$); d) el valor del campo eléctrico para $r = 12$ cm.

Campo eléctrico inducido E por variación de campo magnético B



Región en la que varía el campo magnético.

$$\varepsilon = \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

$$r \leq R \Rightarrow \varepsilon = E2\pi r = -\frac{d}{dt}(B\pi r^2) = -\pi r^2 \frac{dB}{dt} \Rightarrow \boxed{E = -\frac{r}{2} \frac{dB}{dt}} \quad (r \leq R)$$

$$r \geq R \Rightarrow \varepsilon = E2\pi r = -\frac{d}{dt}(B\pi R^2) = -\pi R^2 \frac{dB}{dt} \Rightarrow \boxed{E = -\frac{R^2}{2r} \frac{dB}{dt}} \quad (r \geq R)$$

Solución:

Calculamos el campo eléctrico E dentro del campo magnético aplicando la ley de Faraday:

$$\varepsilon = \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

Para calcular E en los puntos dentro del campo magnético usamos un camino circular de integración con el radio $r \leq R$. El vector \vec{E} es tangente al camino circular en todos los puntos y su valor es constante para todos los puntos del mismo camino circular. Por otra parte, el vector $d\vec{l}$ es tangente al camino circular:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = \oint E \cdot dl \cdot \cos 0^\circ = E \cdot \oint dl = E2\pi r$$

El campo magnético \vec{B} es uniforme sobre el área S que está dentro del camino circular de integración:
 $\Phi_B = \vec{B} \cdot \vec{S} = B\pi r^2$.

$$\varepsilon = \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt} \Rightarrow \varepsilon = E2\pi r = -\frac{d}{dt}(B\pi r^2) = -\pi r^2 \frac{dB}{dt} \Rightarrow \boxed{E = -\frac{r}{2} \frac{dB}{dt}}_{r \leq R}$$

$$E = -\frac{r}{2} \frac{dB}{dt} = -\frac{0,05 \text{ m}}{2} \times 0,13 \frac{\text{T}}{\text{s}} = 0,00325 \frac{\text{m} \cdot \text{T}}{\text{s}} = 0,00325 \frac{\text{m}}{\text{s}} \frac{\text{N}}{\text{C} \cdot \text{m}} = 0,00325 \frac{\text{N}}{\text{C}} = 0,00325 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

Para calcular E en los puntos exteriores del campo magnético usamos un camino circular de integración con el radio $r \geq R$. El vector \vec{E} es tangente al camino circular en todos los puntos y su valor es constante para todos los puntos del mismo camino circular. Por otra parte, el vector $d\vec{l}$ es tangente al camino circular:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = \oint E \cdot dl \cdot \cos 0^\circ = E \cdot \oint dl = E2\pi r$$

Sin embargo, ahora el flujo magnético se produce solamente en el área encerrada por el radio R:
 $\Phi_B = \vec{B} \cdot \vec{S} = B\pi R^2$.

$$\varepsilon = \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt} \Rightarrow \varepsilon = E2\pi r = -\frac{d}{dt}(B\pi R^2) = -\pi R^2 \frac{dB}{dt} \Rightarrow \boxed{E = -\frac{R^2}{2r} \frac{dB}{dt}}_{r \geq R}$$

$$E = -\frac{R^2}{2r} \frac{dB}{dt} = -\frac{(0,09 \text{ m})^2}{2 \times 0,12 \text{ m}} \times 0,13 \frac{\text{T}}{\text{s}} = 0,0043875 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

2) Un capacitor de platos paralelos circulares, de radio $R = 1,0 \text{ cm}$ y separados $1,0 \text{ mm}$, está siendo cargado a una velocidad de $0,50 \text{ C/s}$. Determine la intensidad del campo magnético dentro del capacitor en un punto a $0,50 \text{ cm}$ del eje.

Solución:

El campo eléctrico dentro del capacitor es uniforme y como se está cargando el campo eléctrico cambiante induce un campo magnético. El campo eléctrico de un capacitor plano-paralelo:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{q}{\varepsilon_0 \pi R^2}$$

El flujo eléctrico a través de un círculo de radio $r < R$ es: $\Phi_e = ES = E\pi r^2 = \pi r^2 \frac{q}{\varepsilon_0 \pi R^2} = \frac{r^2}{R^2} \frac{q}{\varepsilon_0}$.

Así la ley de Ampère-Maxwell: $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \varepsilon_0 \mu_0 \frac{d\Phi_e}{dt} = \varepsilon_0 \mu_0 \frac{d}{dt} \left(\frac{r^2}{R^2} \frac{q}{\varepsilon_0} \right) = \mu_0 \frac{r^2}{R^2} \frac{dq}{dt}$

El campo magnético siempre es tangente a la circunferencia de radio r, por lo que la integral a lo largo de la trayectoria cerrada es: $B \cdot L = B \cdot 2\pi r$. Por lo que:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = 2\pi r B = \mu_0 \frac{r^2}{R^2} \frac{dq}{dt} \Rightarrow B = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{r}{R^2} \frac{dq}{dt} = 2,0 \cdot 10^{-7} \frac{\text{T} \cdot \text{m}}{\text{A}} \times \frac{0,0050 \text{ m}}{(0,010 \text{ m})^2} \times 0,50 \frac{\text{C}}{\text{s}} = 5,0 \mu\text{T}$$

4.18 Generadores de corriente alterna

Todas las casas, las oficinas y las fábricas están conectadas con alambres que llevan corrientes alternas, es decir, corrientes cuyos valores varían con el tiempo de una forma sinusoidal. Cambian de dirección 100 veces por segundo ya que la frecuencia es de 50 Hz.

La velocidad de los electrones en un alambre es de $40 \mu\text{m/s}$, si invertimos su dirección cada $0,01 \text{ s}$ los electrones se moverán $0,4 \mu\text{m}$ en la mitad de un ciclo. A esta velocidad un electrón, antes de invertir su movimiento, no pasa más de diez átomos de cobre en el cristal. Por lo que podemos preguntar ¿cómo puede el electrón alguna vez llegar o trasladarse a cualquier parte?. La conducción de electrones no es “trasladarse a cualquier parte”. Cuando decimos que la corriente en un alambre es de un amperio queremos decir que los transportadores de la carga pasan a través de un plano cortante que cruza el alambre a la velocidad de un culombio por segundo. La velocidad a la cual los transportadores de la carga cruzan aquel plano no se considera directamente. Así un amperio puede corresponder a un grupo de transportadores de carga moviéndose muy lentamente o a unos pocos moviéndose rápidamente.

Además, la señal dirigida a los electrones para que inviertan sus direcciones, la cual se origina en la fem alterna proporcionada por el generador de la compañía, se propaga a una velocidad próxima a la de la luz. Todos los electrones reciben sus instrucciones para invertir la dirección al mismo tiempo.

En su forma más sencilla, un generador de corriente alterna funciona de la siguiente forma:

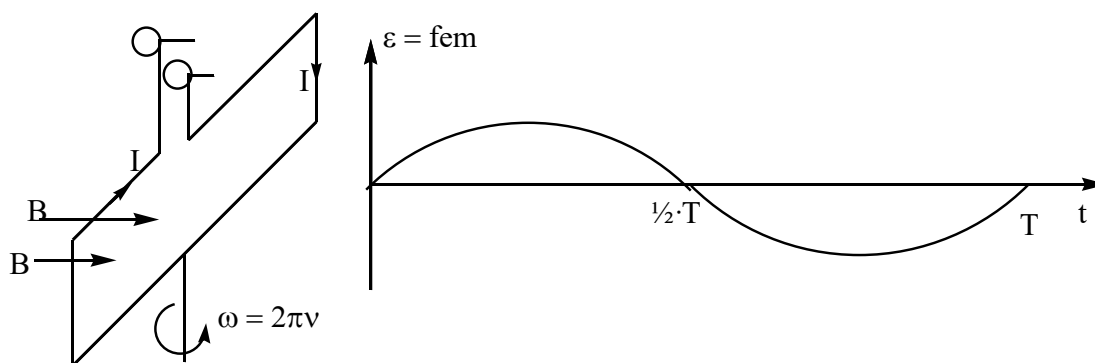
- Una bobina de alambre, sujeta por un eje, está enrollada alrededor de un núcleo de hierro en un campo magnético uniforme (inductor).
- El eje de la bobina está rotando por algún medio mecánico, tal como un motor o una turbina.
- Como consecuencia de la variación del flujo magnético, respecto del tiempo, a través de la bobina se induce en la bobina (inducido) una fuerza electromotriz (fem).
- Cada extremo del alambre que forma la bobina está conectado al circuito externo por medio de un anillo metálico que gira con la bobina. Los anillos metálicos se deslizan, rozando, al pasar con un trozo de carbón que está fijo, a los cuales está conectado el circuito externo.
- Si el generador se conecta a un circuito externo, del generador sale una corriente eléctrica alterna.

Si la bobina tiene N espiras y está girando con una velocidad angular constante $\omega = 2\pi\nu$, de frecuencia ν , en un campo magnético uniforme, la fuerza electromotriz inducida viene dada por la ley de Lenz-Faraday:

$$\varepsilon = -N \frac{d\Phi}{dt} = -N \frac{d}{dt} [BS \cos(\omega t)] = NBS\omega \sin(\omega t) = \varepsilon_m \sin(\omega t) = \varepsilon_m \sin(2\pi\nu t)$$

La intensidad de la corriente también depende del tiempo: $i = I_m \sin(\omega t + \phi)$

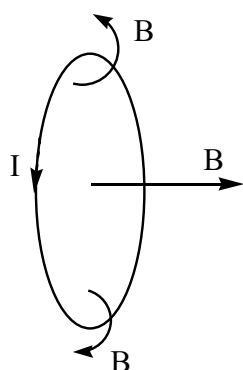
Las expresiones anteriores nos indican: a) que la fem varía sinusoidalmente con el tiempo y que esta cambia la polaridad cuando gira la bobina llamándose generador de corriente alterna; b) que la intensidad no está en fase con la fem.



$$\varepsilon = -N \frac{d\Phi}{dt} = -N \frac{d}{dt} [BS \cos(\omega t)] = NBS\omega \sin(\omega t) = \varepsilon_m \sin(\omega t) = \varepsilon_m \sin(2\pi\nu t)$$

4.19 Autoinducción e inducción mutua. Transformadores

Descripción del **fenómeno autoinducción**: Consideremos un circuito llevando una corriente eléctrica \$I\$. De acuerdo con la ley de Ampère la corriente produce un campo magnético que, en cada punto, es proporcional a \$I\$.



$$\Phi_{\text{autoflujo}} = \iint \vec{B} \cdot d\vec{S} \quad \left\{ \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I \right\}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \Phi_{\text{autoflujo}} \propto I \\ \Phi_{\text{autoflujo}} = LI \end{array} \right\} \quad \left\{ L = \frac{\Phi_{\text{autoflujo}}}{I} \right.$$

Por lo que el flujo magnético a través del circuito debido a su propio campo magnético, llamado el autoflujo es proporcional a la intensidad de corriente \$I\$. Si la corriente \$I\$ cambiase con el tiempo, el autoflujo a través del circuito también cambiaría y, de acuerdo con la ley de la inducción electromagnética, una fem es inducida en el circuito. Este caso especial de inducción electromagnética se llama autoinducción.

$$\Phi_m = \iint \vec{B} \cdot d\vec{S} \quad \left\{ \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I \right\} \quad \left\{ \begin{array}{l} \Phi_{\text{autoflujo}} \propto I \\ \Phi_{\text{autoflujo}} = LI \end{array} \right\} \quad \boxed{L = \frac{\Phi_{\text{autoflujo}}}{I}}$$

El coeficiente \$L\$ depende de la forma geométrica del conductor y se llama **inductancia** del circuito.

La **inductancia** es una magnitud eléctrica que sirve para caracterizar los circuitos según su aptitud para engendrar corrientes inducidas.

$$\boxed{L = \frac{\Phi_{\text{autoflujo}}}{I}} \quad 1 \text{ henry (H)} = 1 \frac{\text{weber (Wb)}}{\text{amperio (A)}} \Rightarrow 1 \text{ H} = 1 \frac{\text{Wb}}{\text{A}} = 1 \frac{\text{T} \cdot \text{m}^2}{\text{A}} \quad \boxed{\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{T} \cdot \text{m}}{\text{A}} \equiv \frac{\text{H}}{\text{m}}}$$

Inductancia de un Solenoide:

Considera un solenoide largo de área \$S\$ y queremos determinar su inductancia por unidad de longitud próxima a su punto medio. Sea \$l\$ la longitud a considerar en el centro del solenoide. El flujo enlazado es:

$N\Phi_{\text{por-espira}} = (nl)(BS)$. Siendo n el número de vueltas por unidad de longitud del solenoide y B la magnitud del campo magnético dentro del solenoide $B = \mu_0 nI$

$$L_{\text{solenoides}} = \frac{\Phi_{\text{total(autoflujo)}}}{I} = \frac{N\Phi_{\text{por-espira}}}{I} = \frac{(nl)(BS)}{I} = \frac{(nl)(\mu_0 nIS)}{I} = \mu_0 n^2 IS$$

La inductancia (igual que la capacidad) depende solamente de la geometría del solenoide.

El valor de la permeabilidad se expresa en H/m en base a lo siguiente:

$$\mu_0 = \frac{L_{\text{solenoides}}}{n^2 IS} = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{H}}{\text{m}} = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{T m}}{\text{A}}$$

Inductor:

Un capacitor o condensador es una estructura que podemos utilizar para producir un campo eléctrico conocido en una determinada zona del espacio. Simétricamente, podemos definir **un inductor como una estructura que podemos usar para producir un campo magnético conocido en una región.**

Consideramos como prototipo de un inductor la porción central de un solenoide muy largo, en el que se especifica su campo magnético asociado.

Si se establece una corriente i en los enrollamientos o N vueltas de un inductor hay un Flujo Magnético Φ debido a la corriente a través de las vueltas, y se dice que las vueltas están vinculadas o unidas por este flujo compartido.

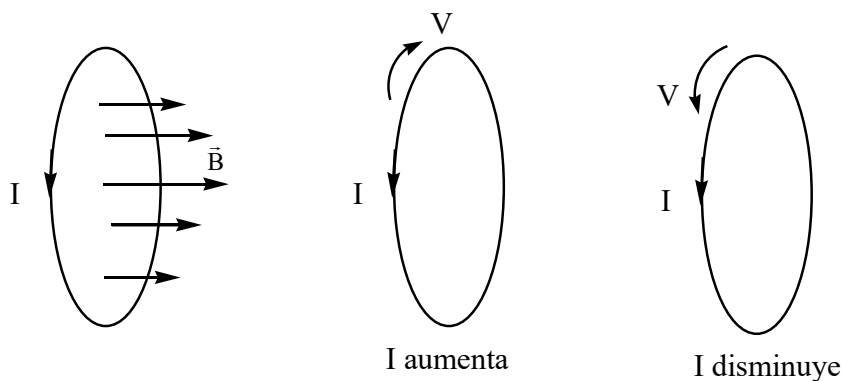
La **inductancia** del inductor es igual a $L = \frac{N\Phi}{i}$, siendo N el número de vueltas. El producto $N\Phi$ se llama el flujo enlazado.

Autoinducción:

Si dos carretes, que podemos llamar inductores, están muy próximos, una corriente i en uno de ellos crea un flujo magnético a través del segundo. Sabemos que si cambiamos este flujo, porque cambiemos la corriente, aparece una fem inducida en el segundo carrete, de acuerdo con la ley de Faraday. Además, **aparece una fem inducida en un carrete si cambiamos la corriente en el mismo carrete. Este proceso se llama autoinducción y la fem que aparecen se llama autoinducida.**

$$\Phi_{\text{total}} = N\Phi_{\text{por-espira}} = L_{\text{solenoides}} I \Rightarrow \varepsilon_L = -\frac{d\Phi_{\text{total}}}{dt} = -N \frac{d\Phi_{\text{por-espira}}}{dt} = -L \frac{di}{dt}$$

El signo menos nos indica que la fem se opone al cambio en la corriente. Si la corriente se incrementa ($di/dt > 0$) la fem autoinducida se opone a la corriente. Si la corriente decrece ($di/dt < 0$) la fem autoinducida actúa en la misma dirección que la corriente. Por tanto, **la fuerza electromotriz autoinducida actúa en la dirección que se opone al cambio en la corriente.**

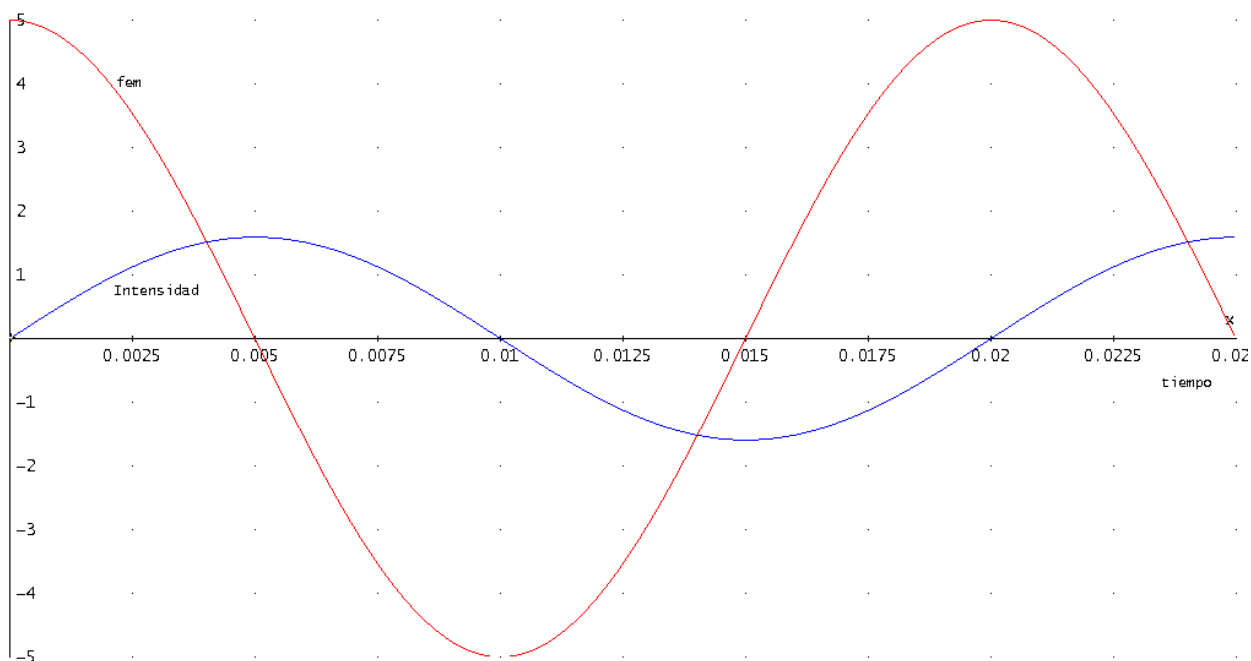


En un **circuito de corriente alterna** la fem autoinducida actúa en la dirección que se opone al cambio en la intensidad de la corriente y hace que la intensidad vaya retrasada respecto a la fem.

$$\varepsilon + \varepsilon_L = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} \varepsilon = \varepsilon_m \text{sen}(\omega t) \\ \varepsilon_L = -L \frac{di}{dt} \end{array} \right\} \quad \varepsilon_m \text{sen}(\omega t) - L \frac{di}{dt} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{di}{dt} = \frac{\varepsilon_m}{L} \text{sen}(\omega t)$$

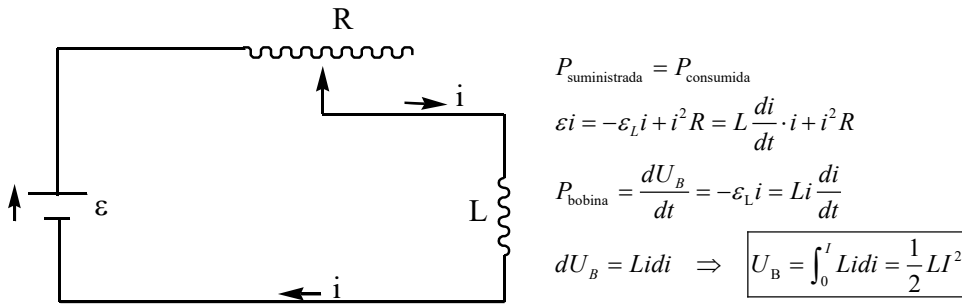
$$i = \frac{\varepsilon_m}{L} \int \text{sen}(\omega t) dt = -\frac{\varepsilon_m}{L\omega} \cos(\omega t) = \frac{\varepsilon_m}{L\omega} [-\cos(\omega t)] = I_m \text{sen}(\omega t - \frac{1}{2}\pi)$$

$$\text{sen}(\omega t - \frac{1}{2}\pi) = \text{sen} \omega t \cdot \cos \frac{\pi}{2} - \cos \omega t \cdot \text{sen} \frac{\pi}{2} = -\cos \omega t$$



Energía almacenada en una bobina: Consideremos una bobina conectada a un generador de corriente alterna. Otra forma de considerar el proceso, considera que la corriente está cambiando por variar la posición de contacto sobre una resistencia variable, y se genera una fem autoinducida que aparece en el carrete mientras cambia la corriente. Si la intensidad i está aumentando en el circuito tendremos que el voltaje suministrado por la batería se pierde al paso por la resistencia y por la bobina:

$$\varepsilon - iR - L \frac{di}{dt} = 0 \quad \Rightarrow \quad \varepsilon = iR + L \frac{di}{dt} \quad \Rightarrow \quad \frac{di}{dt} + \frac{iR}{L} = \frac{\varepsilon}{L} \quad \Rightarrow \quad i = \frac{\varepsilon}{R} - \frac{\varepsilon}{R} e^{-Rt/L} = \frac{\varepsilon}{R} \left(1 - e^{-Rt/L} \right)$$



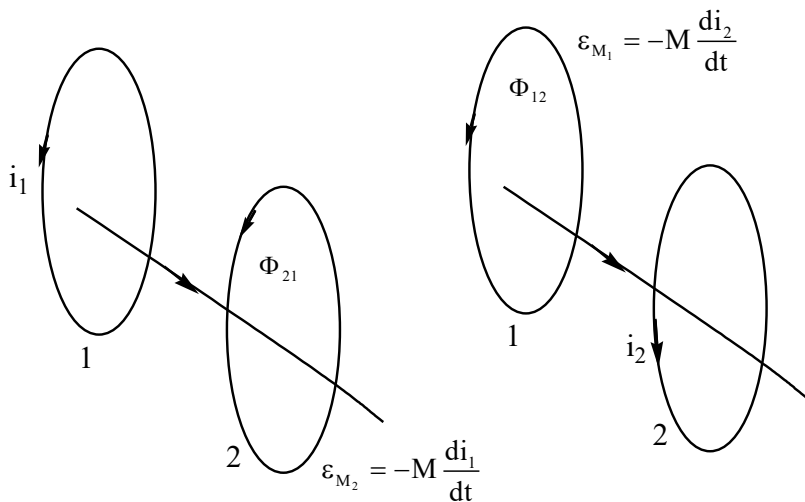
Se ha de cumplir que la potencia suministrada sea igual a la potencia consumida, en la resistencia R y en la bobina L:

$$\left\{ \begin{array}{l} P_{\text{suministrada}} = P_{\text{consumida}} \\ \varepsilon i = -\varepsilon_L i + i^2 R \end{array} \right\} \Rightarrow \varepsilon i = -\varepsilon_L i + i^2 R = L \frac{di}{dt} \cdot i + i^2 R$$

$$P_{\text{bobina}} = \frac{dU_B}{dt} = -\varepsilon_L i = Li \frac{di}{dt} \Rightarrow dU_B = Lidi \Rightarrow U_B = \int_0^I Lidi = \frac{1}{2} LI^2$$

La energía almacenada en el campo magnético, U_B , o en la parte inductiva del circuito, cuando la corriente se incrementa desde 0 a I, se obtiene integrando la potencia en cualquier instante respecto del tiempo: $U_B = \int P_{\text{bobina}} dt$. La potencia almacenada en la bobina lo hace en forma de campo magnético.

Inducción mutua: Consideremos dos carretes próximos, una corriente estacionaria i en un carrete crea un flujo magnético en el otro carrete. Si cambia la intensidad i con el tiempo, aparece una fem, dada por la ley de Faraday, en el segundo carrete; este proceso se llama inducción. Se le conoce como inducción mutua para sugerir la interacción mutua de los dos carretes y distinguirlo de la autoinducción en el que sólo hay un carrete. Por tanto, podemos decir que “Es la producción de una fem en un circuito por la variación de la intensidad de corriente que circula por otro”.



Consideremos dos circuitos, 1 y 2, que están próximos. Cuando una corriente circula por el circuito 1, i_1 , se genera un campo magnético proporcional a la intensidad y a su alrededor. Como consecuencia, a través del circuito 2, hay un flujo magnético que es proporcional también a la intensidad.

El flujo magnético que pasa por el circuito 2 debido a la intensidad de corriente que pasa por el 1:

$$N_2 \Phi_{21} = M_{21} i_1$$

Siendo M_{21} un coeficiente que representa el flujo magnético a través del circuito 2 por unidad de corriente en el 1. Similarmente, si una corriente eléctrica circula por el circuito 2, I_2 , se produce un campo magnético a su alrededor. Por lo que habrá un flujo magnético a través del circuito 1 que será proporcional a la intensidad del 2.

El flujo magnético que pasa por el circuito 1 debido a la intensidad de corriente que pasa por el 2:

$$N_1 \Phi_{12} = M_{12} i_2$$

Siendo M_{12} un coeficiente que representa el flujo magnético a través del circuito 1 por unidad de corriente en el 2. Los dos coeficientes, M_{21} y M_{12} , dependen exclusivamente de las formas geométricas de los dos circuitos y de sus orientaciones relativas. Se demuestra, matemáticamente, que los dos coeficientes son iguales y se llaman la **inductancia mutua** de los dos circuitos y se mide en Henry (Wb/A).

Si la intensidad i_1 por el circuito 1 es variable aparece una fem inducida sobre el circuito 2: $\varepsilon_{M_2} = -M \frac{di_1}{dt}$

Si por el circuito 2 la intensidad, i_2 , es variable aparece una fem inducida sobre el circuito 1: $\varepsilon_{M_1} = -M \frac{di_2}{dt}$

El fenómeno de la inducción mutua nos indica que hay un cambio de energía entre dos circuitos cuando sus corrientes varían con el tiempo. Decimos que los circuitos están acoplados electromagnéticamente. **“La energía puede ser cambiada entre dos circuitos vía el campo electromagnético”**.

Aplicaciones de la inducción mutua: el transformador, el telégrafo, la radio, la televisión, el radar, etc. La transmisión de una señal de un lugar a otro por producir una corriente variable en un circuito, llamado transmisor, y actúa sobre otro circuito acoplado a él llamado receptor.

El transformador:

Consta básicamente de dos arrollamientos, con diferente número de vueltas, alrededor de un núcleo de hierro en forma de cuadro. Un arrollamiento llamado primario de N_p vueltas está conectado a un generador de corriente alterna de fuerza electromotriz $\varepsilon = \varepsilon_m \sin(\omega t)$. El otro arrollamiento, llamado secundario, y de N_s vueltas está conectado a una resistencia.

- Cuando se conecta el primario a una fem variable, este se convierte en un circuito constituido por un generador de corriente alterna y una autoinducción pura, ya que la resistencia de la bobina es despreciable.
- Por la bobina del primario pasa una corriente alterna de intensidad desfasada en 90° respecto de la tensión, que genera un campo magnético variable y, en consecuencia, un flujo variable a través de cada una de sus vueltas.
- La pequeña corriente alterna del primario induce un flujo magnético alterno en el núcleo de hierro.
- Como el núcleo de hierro se extiende a través del arrollamiento del secundario, este flujo inducido se extiende a través de las vueltas del arrollamiento secundario.
- Aplicando la ley de inducción de Faraday la fem inducida por vuelta es la misma para los dos arrollamientos, el primario y el secundario, $\varepsilon_{\text{vuelta}}$.
- El voltaje en cada circuito es igual a la fem inducida en cada circuito.

Por tanto, considerando valores cuadráticos medios:

$$\varepsilon_{\text{vuelta}} = -\frac{d\Phi_m}{dt} = \frac{V_p}{N_p} = \frac{V_s}{N_s} \Rightarrow \boxed{\frac{V_p}{N_p} = \frac{V_s}{N_s}} \Rightarrow \boxed{V_s = V_p \frac{N_s}{N_p}}$$

Hasta ahora hemos considerado que el circuito secundario está abierto, por lo que no se transmite energía a través del transformador. Si lo cerramos el arrollamiento secundario está conectado a una resistencia.

- Una corriente alterna I_s aparece en el secundario con la consiguiente disipación de energía $I^2 \cdot R \cdot t$ en la resistencia.

- Esta corriente induce su propio flujo magnético variable en el núcleo de hierro e induce una fem opuesta en el arrollamiento primario, que es esencial en la operación del transformador.

- El voltaje del primario V_p no puede cambiar en respuesta a esta fem que se opone porque debe ser siempre igual a la fem que le proporciona el generador $\varepsilon = \varepsilon_m \sin(\omega t)$.

- Para mantener V_p , el generador produce ahora corriente alterna I_p en el circuito primario, con magnitud y fase constante que serán justa las que necesita para cancelar la fem opuesta generada en el arrollamiento primario por I_s .

En lugar de analizar los anteriores procesos tan complejos en detalle, tenemos la ventaja de utilizar el **principio de conservación de la energía**.

Para un transformador ideal con una resistencia, el factor de potencia es la unidad. Considerando que $\varepsilon = V_p$ encontramos que la velocidad con la que el generador transfiere energía a la vuelta primaria es igual a: (potencia del primario) $P_{\text{primario}} = I_p V_p$. Similarmente, la velocidad a la que la energía es transferida desde el primario al secundario es igual a: (potencia del secundario) $P_{\text{secundario}} = I_s V_s$

$$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_{\text{vuelta}} = -\frac{d\Phi_m}{dt} = \frac{V_p}{N_p} = \frac{V_s}{N_s} \\ P_{\text{primario}} = P_{\text{secundario}} \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \frac{V_p}{N_p} = \frac{V_s}{N_s} \\ I_p V_p = I_s V_s \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \boxed{\frac{V_s}{V_p} = \frac{N_s}{N_p}} \\ \boxed{\frac{I_s}{I_p} = \frac{V_p}{V_s} = \frac{N_p}{N_s}} \end{array} \right.$$

La relación $I_s = I_p \cdot (N_p/N_s)$ nos da la “Transformación de corriente”.

El transformador tiene una gran aplicación práctica en el transporte de energía eléctrica de unos lugares a otros muy lejanos, ya que el trabajo que hay que realizar: $W_{\text{(sobre)}} = IVt = I^2 R t$, si disminuimos la R o la I disminuimos el trabajo en el transporte.

Por tanto, en el transporte de energía eléctrica interesa que la intensidad sea lo más baja posible o la diferencia de potencial lo más alta posible. Esto se consigue con los transformadores.

Detectores de metales:

Un detector de metales está formado por dos carretes perpendiculares llamados transmisor y receptor, C_t y C_r . Cuando una corriente i_t varía sinusoidalmente en el carrete transmisor C_t , el carrete produce a su alrededor un campo magnético que varía continuamente. Si un conductor, como una moneda de oro enterrada, está cerca el campo magnético induce una corriente que varía continuamente en el conductor. Es decir, la moneda actúa como otro carrete.

La corriente que varía continuamente en el conductor produce su propio campo magnético variable, el cual induce una corriente i_r en el carrete receptor C_r del detector y señala la presencia de la moneda u otro conductor. Así, el carrete C_t no induce directamente una corriente en el carrete C_r ya que enmascararía la

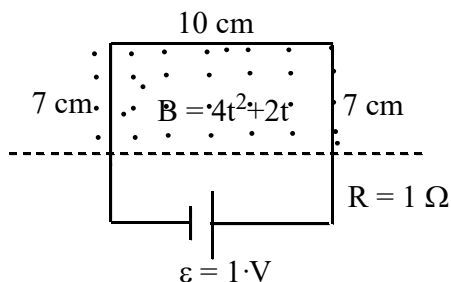
señal desde el conductor enterrado, los dos carretes se montan con sus ejes centrales perpendiculares entre sí. El campo magnético de C_t está aproximadamente paralelo al plano de cada vuelta en C_r y no produce flujo magnético a través de C_r e inducir una corriente en C_r .

Problemas de «Inducción Electromagnética»

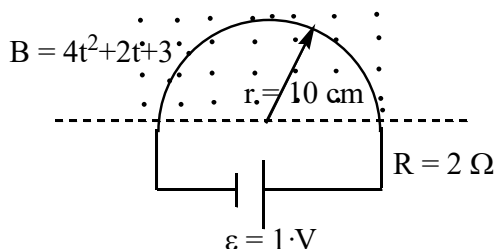
$$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{F}{m}; \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{N}{A^2} \left(\frac{T \cdot m}{A} \equiv \frac{H}{m} \right); q_e = -1,6 \cdot 10^{-19} C; m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} kg$$

1) Sea una bobina con 10 espiras ($N = 10$) planas paralelas al plano XY, siendo el vector superficie de cada una $\vec{S} = 5 \text{ cm}^2 \vec{k}$. Si está dentro de un campo: $\vec{B} = (0,04t^2 + 0,5)\vec{i} + (0,04t^2 + 0,5)\vec{k}$, que es variable, siendo B en tesla y t en segundos. Determine: a) la relación entre el flujo magnético en la bobina y el tiempo; b) el flujo magnético a través de la bobina en el instante $t = 2$ s; c) el valor de la fuerza electromotriz inducida en la bobina en el instante $t = 2$ s; d) el valor máximo del flujo magnético en la bobina cambiando la orientación de esta; e) el valor de la fuerza electromotriz máxima inducida en la bobina en el instante $t = 2$ s. [a) $(0,0002 \cdot t^2 + 0,0025)$ Wb; b) 0,0033 Wb; c) -0,0008 V; d) $(0,0004 \cdot t^2 + 0,005)$ Wb; e) -0,0016 V]

2) Considera la figura en la que hay un circuito en forma de rectángulo, de lados 10 y 7 cm, conectado a una batería de fem $\epsilon = 1 \text{ V}$, siendo la resistencia del hilo $R = 1 \Omega$. Se le aplica un campo magnético variable, $B = 4t^2 + 2t$, estando B en teslas y t en segundos, de dirección perpendicular y hacia fuera. Determine: a) la magnitud y la dirección de la fem inducida por el campo magnético para el tiempo $t = 2$ s; b) la intensidad de la corriente en el circuito para el tiempo $t = 2$ s. [a) 0,126 V en sentido de las agujas del reloj; b) 0,874 A]



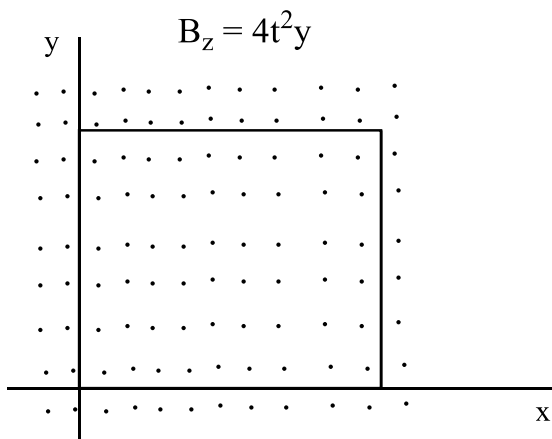
3) Considera la figura en la que hay un circuito en forma de semicírculo de radio 10 cm, conectado a una batería de fem 1 V . Siendo la resistencia del hilo de 2 ohmios. Se le aplica perpendicularmente, hacia fuera, un campo magnético variable $B = 4t^2 + 2t + 3$, estando B en teslas y t en segundos. Determine: a) la magnitud y la dirección de la fem inducida por el campo magnético para $t = 10$ s; b) la intensidad de la corriente en el circuito para $t = 10$ s. [a) 1,2566 V en sentido de las agujas del reloj; b) 0,12832 A]



4) Una bobina constituida por 10 espiras de 2 cm^2 cada una, gira a 100 rpm alrededor de un eje situado en su plano e inicialmente paralelo al YZ. Si está en presencia de un campo magnético uniforme de 0,2 T dirigido en el sentido positivo de OX. Calcular: a) la fem inducida en la bobina y su valor medio; b) la fem inducida si, manteniendo la bobina en reposo la intensidad del campo disminuye uniformemente con el tiempo anulándose en 5 s. [a) $\epsilon_L = 0,00418880 \cdot \text{sen}(10,47 \cdot t)$ V; b) 0; c) $\epsilon_L = 8 \cdot 10^{-5}$ V]

- 5) Por una bobina de 500 espiras circula una corriente continua de 2 A, que produce un flujo de $2 \cdot 10^{-4}$ Wb. Determina: a) el valor de la fem inducida si la corriente se interrumpe en 0,4 s; b) el coeficiente de autoinducción de la bobina; c) la energía almacenada en el campo magnético. [a) $\varepsilon = 0,25$ V; b) $L = 50$ mH; c) $U_B = 0,1$ J]
- 6) Dos bobinas de $N_1 = 300$ y $N_2 = 600$ espiras se colocan una al lado de la otra. Por la primera pasa $I_1 = 3$ A de corriente originando un flujo magnético en ella de $3 \cdot 10^{-4}$ Wb y en la segunda de $2 \cdot 10^{-4}$ Wb. Determinar: a) la inductancia de la primera; b) la inductancia mutua; c) la fem media inducida en la segunda cuando se interrumpe la corriente de la primera en 0,4 s. [a) $L_1 = 0,03$ H; b) $M_{21} = 0,04$ H; c) 0,3 V]
- 7) Por una bobina de 400 espiras circula una corriente continua de 2 A que da lugar a un flujo de 0,1 mWb. Calcular: a) el valor medio de la fem inducida en la bobina si se interrumpe la corriente en 80 ms; b) la autoinducción de la bobina; c) la energía almacenada en el campo magnético. [a) 0,5 V; b) $L = 0,02$ H; c) $U_B = 0,04$ J]
- 8) Una bobina que está formada de 200 vueltas y su radio es de 0,10 m se encuentra perpendicularmente a un campo magnético uniforme de 0,2 T. Calcula la fem inducida en el carrete si, en 0'1 s, a) el campo magnético se dobla, b) el campo se hace cero, c) el campo invierte su dirección, d) la bobina rota 90° , e) la bobina rota 180° . [a) -4π V siendo el sentido de giro contrario al aumento de B; b) 4π V siendo el sentido de giro el mismo a la disminución de B; c) $+8\pi$ V; d) $+4\pi$ V; e) $+8\pi$ V].
- 9) Dos carretes se encuentran en posiciones fijas. Cuando por el carrete 1 no pasa corriente y la corriente en el carrete 2 se incrementa a la velocidad de 15,0 A/s, la fem en el carrete 1 es $2,5 \cdot 10^{-2}$ V. a) Determina su inductancia mutua. b) Cuando el carrete 2 no tiene corriente y el carrete 1 tiene una corriente de 3,60 A, ¿cuál es el flujo enlazado en el carrete 2?. [a) $M_{12} = 0,001666$ H; b) $\Phi_{21} = 0,006$ Wb]
- 10) Dos carretes A y B tienen 200 y 800 vueltas. Una corriente de 2 A en el carrete A produce un flujo magnético de $1,8 \cdot 10^{-4}$ Wb en cada vuelta del carrete B. Calcula: a) el coeficiente de inducción mutua M; b) el flujo magnético a través del carrete A cuando hay una corriente de 4 A en el carrete B; c) la fem inducida en el carrete B cuando la corriente en el carrete A cambia desde 3 A hasta 1 A en 0,3 s. [a) 0,072 H; b) $1,44 \cdot 10^{-3}$ Wb; c) $+0,48$ V]
- 11) Sean dos carretes, el carrete 1 tiene $N_1 = 100$ vueltas y de inductancia $L_1 = 25$ mH y el carrete 2 tiene $N_2 = 200$ vueltas y de inductancia $L_2 = 40$ mH. Los dos carretes están fijos y siendo el coeficiente de inductancia mutua $M_{12} = 3$ mH. Si por el carrete 1 circula una corriente de $I_1 = 6$ mA que está variando a $di_1/dt = 4$ A/s, determine: a) el flujo enlazante Φ_1 en el carrete 1 y la fem autoinducida que aparece en él; b) el flujo enlazante Φ_{21} en el carrete 2 debido al carrete 1 y la fem inducida mutuamente. [a) $1,5 \cdot 10^{-4}$ Wb y 0,1 V; b) $1,8 \cdot 10^{-5}$ Wb y 0,012 V]
- 12) Una espira cuadrada de 10 cm de lado, inicialmente horizontal, gira a 1.200 rev/min, en torno a uno de sus lados, en un campo magnético uniforme de 0,2 T de dirección vertical. a) Calcule el valor máximo de la fuerza electromotriz inducida en la espira y represente, en función del tiempo, el flujo magnético a través de la espira y la fuerza electromotriz inducida. b) ¿Cómo se modificará la fuerza electromotriz inducida en la espira si se redujera la velocidad de rotación a la mitad?, ¿y si se invirtiera el sentido del campo magnético?. [a) 0,251 V; b) bajando a la mitad y cambiando el sentido de la corriente]
- 13) Razone si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones: a) la fuerza electromotriz inducida en una espira es proporcional al flujo magnético que la atraviesa; b) un transformador eléctrico no puede utilizarse con corriente continua.
- 14) Sea un circuito cuadrado de alambre, de lado 2,0 cm y de resistencia eléctrica 0,02 Ω . Un campo magnético, perpendicular al plano XY y de sentido hacia el eje Z (hacia fuera de la página) tiene una magnitud dada por la expresión: $B = 4 \cdot t^2 \cdot y$, donde B está en teslas, t en segundos, y en metros. Determine: a) la

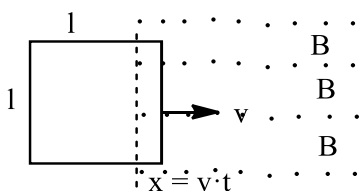
magnitud de la fuerza electromotriz inducida en el circuito al tiempo $t = 2,5$ s; b) el valor de la intensidad de corriente inducida. [a) $80 \mu\text{V}$; b) $I_{\text{indu}} = 4$ mA en el sentido de las agujas del reloj]



15) Cuando una espira circular, situada en un campo magnético uniforme de 2 T, gira con velocidad angular constante en torno a uno de sus diámetros perpendicular al campo, la fuerza electromotriz inducida es: $\varepsilon(t) = 10 \cdot \text{sen}(20 \cdot t)$ (S.I.). a) Deduzca la expresión de la f.e.m. inducida en una espira que gira en las condiciones descritas y calcule el diámetro de la espira y su periodo de revolución. b) Explique cómo variarían el periodo de revolución y la f.e.m. si la velocidad angular fuese la mitad. [a) $T = 0,314$ s; $D = 0,564$ m; b) $T' = 2 \cdot T$; $\varepsilon'(t) = 5 \cdot \text{sen}(10 \cdot t)$ (S.I.)]

16) Justifique razonadamente, con la ayuda de un esquema, el sentido de la corriente inducida en una espira en cada uno de los siguientes supuestos: a) la espira está en reposo y se le acerca, perpendicularmente al plano de la misma, un imán por su polo sur; b) la espira está penetrando en una región en la que existe un campo magnético uniforme, vertical y hacia arriba, manteniéndose la espira horizontal.

17) Una espira cuadrada, de 30 cm de lado, se mueve con una velocidad constante de 10 m/s y penetra en un campo magnético de 0,05 T perpendicular al plano de la espira. a) Explique, razonadamente, qué ocurre en la espira desde que comienza a entrar en la región del campo hasta que toda ella está en el interior del campo. ¿Qué ocurriría si la espira, una vez en el interior del campo, saliera del mismo?. b) Calcule la fuerza electromotriz inducida en la espira mientras está entrando en el campo. [a) Aumenta el flujo magnético por la espira y produce una fem inducida; si sale disminuye el flujo magnético y produce una fem inducida en sentido contrario; b) $-0,15$ V]



Preguntas de teoría de inducción electromagnética

1. a) Explique cualitativamente el funcionamiento de un transformador eléctrico. b) ¿Qué ocurre si el primario del transformador está conectado a una pila? Razone la respuesta.

2. Una espira se mueve en un plano horizontal y penetra en un campo magnético uniforme vertical. a) Explique las características de la corriente inducida en la espira al entrar en la región del campo, al moverse en él y al abandonarlo. b) Razone en qué etapas del trayecto descrito habría que comunicarle una fuerza externa a la espira para que avanzara con velocidad constante.

3. Razone las respuestas a las siguientes preguntas: a) De los tres vectores que aparecen en la ecuación $\mathbf{F} = q \mathbf{v} \times \mathbf{B}$, ¿qué pares de vectores son siempre perpendiculares entre sí y cuáles pueden no serlo?. b) La fuerza electromotriz inducida en una espira es función: i) del flujo magnético que la atraviesa; ii) del ángulo que forma el campo magnético con la espira; iii) del campo magnético existente; iv) de la rapidez con que varía el flujo con el tiempo.
4. a) Enuncie la ley de la inducción electromagnética. b) Describa cómo podría generarse una corriente eléctrica en una espira.
5. Conteste razonadamente a las siguientes preguntas: a) Si no existe flujo magnético a través de una superficie, ¿puede asegurarse que no existe campo magnético en esa región?. b) La fuerza electromotriz inducida en una espira, ¿es más grande cuanto mayor sea el flujo magnético que la atraviesa?
6. Un imán recto que cae verticalmente con su cara norte hacia el suelo, pasa a través de una espira horizontal situada en su camino. Describa cualitativamente, con la ayuda de un esquema, el fenómeno físico que tiene lugar en la espira: a) Mientras el imán está cayendo hacia la espira. b) Después de que el imán ha atravesado la espira y se aleja de ella.
7. Una espira cuadrada está cerca de un conductor, recto e indefinido, recorrido por una corriente I . La espira y el conductor están en un mismo plano. Con ayuda de un esquema, razone en qué sentido circula la corriente inducida en la espira: a) Si se aumenta la corriente en el conductor. b) Si, dejando constante la corriente en el conductor, la espira se aleja de éste manteniéndose en el mismo plano.
8. a) Explique el fenómeno de inducción electromagnética y enuncie la ley de Faraday-Henry. b) Una espira circular se encuentra situada perpendicularmente a un campo magnético uniforme. Razone qué fuerza electromotriz se induce en la espira, al girar con velocidad angular constante en torno a un eje, en los siguientes casos: i) el eje es un diámetro de la espira; ii) el eje pasa por el centro de la espira y es perpendicular a su plano.
9. a) Enuncie la ley de Lenz-Faraday de la inducción electromagnética y comente su significado físico. b) Una espira circular de sección S se encuentra en un campo magnético \mathbf{B} , de modo que el plano de la espira es perpendicular al campo. Razone en qué caso se induce fuerza electromotriz en la espira.
10. a) Fuerza electromotriz inducida y variación de flujo magnético: ley de Lenz-Faraday. b) Una espira circular se encuentra situada perpendicularmente a un campo magnético. Razone qué fuerza electromotriz se induce en la espira al girar ésta con velocidad angular constante en torno a un eje, en los siguientes casos: i) el eje es un diámetro de la espira; ii) el eje pasa por el centro de la espira y es perpendicular a su plano.
11. a) Explique qué es la inducción electromagnética. b) Una espira rectangular está situada, horizontalmente, en un campo magnético vertical uniforme. Razone si se induce fuerza electromotriz en la espira en las situaciones siguientes: i) se aumenta o disminuye la intensidad del campo magnético; ii) manteniendo constante el campo magnético, se mueve la espira con velocidad constante hasta quedar fuera del campo.
12. a) Enuncie la Ley de Lenz-Faraday. b) Una espira circular gira en torno a uno de sus diámetros en un campo magnético uniforme. Razone si se induce fuerza electromotriz en la espira si: i) el campo magnético es paralelo al eje de rotación; ii) es perpendicular.
13. a) Fuerza electromotriz inducida; ley de Lenz-Faraday. b) Cuando un imán se acerca a una espira se genera en ella una fuerza electromotriz. Razone cómo cambiaría esa fuerza electromotriz si: i) el imán se alejara de la espira; ii) se invirtieran los polos del imán; iii) el imán se mantuviera fijo.
14. a) Fuerza electromotriz inducida. Ley de Lenz-Faraday. b) Una espira se encuentra en reposo en el plano horizontal, en un campo magnético vertical y dirigido hacia arriba. Indique en un esquema el sentido de la corriente que circula por la espira si: i) aumenta la intensidad del campo magnético; ii) disminuye dicha intensidad.